

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС77-64098

от 18 декабря 2015 г.

Учредитель – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Технологический университет имени дважды Героя Советского Союза, летчика-космонавта А.А. Леонова»

(141074, Московская область,
г. Королев, ул. Гагарина, д. 42)

Издается с сентября 2014 г.

Выходит 4 раза в год

ISSN 2409-1650

Журнал «Информационно-технологический вестник» включён в Перечень ведущих периодических изданий ВАК

Группы научных специальностей и научные специальности в рамках групп научных специальностей, по которым издание входит в Перечень:
2. Технические науки; 2.2. Электроника, фотоника, приборостроение и связь; 2.3. Информационные технологии и телекоммуникации [2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации; 2.3.5. Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей]; 2.5. Машиностроение [2.5.13. Проектирование, конструкция и производство летательных аппаратов]; 2.6. Химические технологии, науки о материалах, металлургия; [2.6.17. Материаловедение]

Подписной индекс в каталоге
«Почта России» ПП997

Главный редактор
Артюшенко Владимир Михайлович,
д.т.н., профессор

Над выпуском работали
Паршина Ю.С.
Пирогова Е.В.

Адрес редакции:
141070, Королев,
Ул. Октябрьская, 10а
Тел. (495)543-34-30 (доб.138),
E-mail: rio-kimes@mail.ru,
Site: www.unitech-mo.ru

Редакция не несет ответственности за достоверность информации в материалах, в том числе рекламных, представленных авторами для публикации
Материалы приводятся в авторской редакции.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Воронин Ф.А., Соловьёв С.В., Харчиков М.А.
ПРИМЕНЕНИЕ СЦЕНАРНОГО ПОДХОДА ДЛЯ ФОРМАЛИЗАЦИИ ОТРАБОТКИ ИНФОРМАЦИОННО-ЛОГИЧЕСКОГО СОПРЯЖЕНИЯ НАУЧНОЙ АППАРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ НА РОССИЙСКОМ СЕГМЕНТЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ.....3

Емельянов А.Д.
ПРИМЕНЕНИЕ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ В ДИАГНОСТИКЕ ОБРЫВА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КАНАЛА.....20

Минитаева А.М., Михнюк И.О.
ОБЗОР МЕТОДОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ АВТОРЕГРЕССИИ ДЛЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ.....30

Шайхутдинов А.А.
РАСШИРЕННЫЕ КОМПЛЕКСНЫЕ МАТРИЦА МЕТРИЧЕСКОГО ТЕНЗОРА И ПРОСТРАНСТВО МИНКОВСКОГО ДЛЯ СИСТЕМ ЛЮБОЙ ПРИРОДЫ....42

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ, КОМПЛЕКСОВ И КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ

Белых Е.А., Гольчевский Ю.В.
АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ГЕНЕРАЦИИ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ДОКУМЕНТОВ НА ОСНОВЕ ШАБЛОНОВ.....66

Воловач В.И., Жданов Э.Р.
АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ НАКЛОНОВ СТАТИСТИЧЕСКИ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ВЕЛИЧИНУ ОТРАЖЕННОГО СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОГО СИГНАЛА.....77

Ионченкова Я.Ю., Самаров Е.К.
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОСВЕННОГО МЕТОДА НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ.....88

ПРОЕКТИРОВАНИЕ, КОНСТРУКЦИЯ И ПРОИЗВОДСТВО ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Артюшенко В.М., Воловач В.И.
КОМПЛЕКС АППАРАТУРЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО ИСКЛЮЧЕНИЯ ПОРАЖЕННЫХ ЧАСТОТ И ПЕРЕХОДА ОТ УЗКОЙ ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ К ШИРОКОЙ.....100

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

1. Барканов Е.Н., Dr.sc.ing.
2. Васильев Н.А., д.т.н., профессор
3. Леоненко Д.В., д.ф.-м.н., профессор
4. Тимофеев А.Н., д.т.н., профессор

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

1. Аббасов Э.М., к.т.н.
2. Аббасова Т.С., к.т.н., доцент
3. Бухаров С.В., д.т.н., профессор
4. Бершадский В.А., д.т.н., профессор кафедры
5. Воловач В.И., д.т.н., профессор
6. Кучеров Б.А., к.т.н.
7. Логачев И.А., к.т.н.
8. Логачева А.И., д.т.н., профессор
9. Макаров М.И., д.т.н., профессор
10. Матвиенко Ю.Г., д.т.н., профессор
11. Мороз А.П., д.т.н., профессор
12. Мосалов О.П., к.ф.-м.н.
13. Разумовский И.М., д.ф.-м.н., профессор
14. Рудаков В.Б., д.т.н., профессор
15. Самаров Е.К., д.т.н., доцент
16. Скрябин М.Л., к.т.н.
17. Соляной В.Н., к.т.н.
18. Стреналюк Ю.В., д.т.н., профессор
19. Халиулин В.И., д.т.н., профессор
20. Чесноков А.В., д.т.н.
21. Щурин К.В., д.т.н., профессор

Подписано в печать 16.12.2024
Формат В5

Печать офсетная. Усл.печ.л. 11,0
Тираж 500 экз.
Заказ № 97-04

Отпечатано в типографии
ООО «Научный консультант»
г. Москва
Хорошевское шоссе, 35, корп. 2

Ковалев И.И., Аббасова Т.С.

**ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ
С АДАПТАЦИЕЙ СЕРВЕРОВ В КОСМИЧЕСКОЙ
ТЕЛЕМЕТРИИ.....111**

Самаров Е.К.

**АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ
НА ХАРАКТЕРИСТИКИ СИНТЕЗИРОВАННОЙ
АПЕРТУРНОЙ АНТЕННЫ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ
ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО
АППАРАТА.....124**

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Силин А.В., Михед А.Д., Шульженко С.Н.

**СОЗДАНИЕ МОДЕЛИРУЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ
ДЛЯ РАСЧЁТА СЛОЖНЫХ
ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ.....132**

Спирин Б.Л., Фролов С.В.

**ЧАСТНЫЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ
ВАРИАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ПРИ РАСЧЕТАХ
УПРУГИХ СТРУКТУР.....149**

Шульженко Н.А., Сорвина О.В.

**АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ
МАТЕРИАЛОВ ПРИ ОБУСТРОЙСТВЕ
АЭРОДРОМОВ.....162**

УДК 629.786.2

Применение сценарного подхода для формализации отработки информационно-логического сопряжения научной аппаратуры и информационно-управляющей системы на Российском сегменте международной космической станции

Фёдор Андреевич Воронин, начальник сектора научно-технического центра,
Сергей Владимирович Соловьёв, доктор технических наук,
ведущий конструктор по проектам эксплуатации МКС,
Михаил Александрович Харчиков, инженер-программист
научно-технического центра,
Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва
(РКК «Энергия»), г. Королев, Московская область

В статье рассматривается применение сценарного подхода для формализации отработки информационно-логического сопряжения научной аппаратуры и информационно-управляющей системы.

Рассматриваются цели и задачи формализации отработки информационно-логического сопряжения научной аппаратуры и информационно-управляющей системы, обосновывается необходимость решения данной задачи, указываются недостатки ранее используемого подхода.

Рассматриваются ключевые задачи информационно-управляющей системы, рассматривается структура и состав аппаратно-программных средств информационно-управляющей системы.

Указывается, что процесс отработки информационно-логического сопряжения научной аппаратуры и информационно-управляющей системы формализуется в виде методики. Процесс отработки оптимизируется по временному критерию.

Указывается, что данная методика разрабатывалась с учетом положительного опыта, полученного при разработке программного обеспечения бортового комплекса управления.

На примере космических экспериментов «Терминатор» и «Ураган» с аппаратурой «Икарус» показана эффективность созданной методики. Приведены расчетные результаты времен отработки для данных космических экспериментов, проведено сравнение с реальными результатами.

Информационно-управляющая система, международная космическая станция, эксперимент «Терминатор», эксперимент «Ураган», научная аппаратура, наземная отработка.

Application of scenario approach for formalization testing informational and logic conjugation scientific equipment and information and control system on the international space station Russian segment

Fedor Andreevich Voronin, head of sector of Research and Development center,

Sergey Vladimirovich Soloviev, doctor of engineering sciences, chief designer of ISS operation projects,

Mikhail Aleksandrovich Kharchikov, software engineer of Research and Development center,

S.P. Korolev Rocket and Space Public Corporation Energia (RSC Energia)
4A Lenin str., Korolev, Moscow region

In this article considers application of scenario approach for formalization testing informational and logics conjugation scientific equipment and information and control system on the international space station Russian segment.

In this article considers goals and tasks of formalization testing informational and logics conjugation scientific equipment and information and control system, justified necessity to solve this task, points out the disadvantages of previous approach.

In this article considers the main tasks of information and control system, considers structure and composition of software and hardware equipment of information and control system.

The article points out that this approach formalize as information and control system and scientific equipment software testing and debugging methodology. Testing process is being optimized by time.

The article pointed out that this methodology developed using positive experience received while developing of onboard control system.

On the example of the space experiments «Terminator» and «Uragan» with «Icarus» equipment described the results of this approach. The results of calculating testing times for this experiments are given, comparison with real testing time are made.

Information and control system, international space station, space experiment «Terminator», space experiment «Uragan» with «Icarus» equipment, scientific equipment, ground testing.

Введение

В настоящее время крупнейшей площадкой для проведения исследований космического пространства является Международная космическая станция (МКС). МКС состоит из российского (РС) и американского сегментов (АС) и представляет собой многоцелевую научную лабораторию на околоземной орбите. В настоящее время происходит расширение программы научно-прикладных исследований на околоземных орбитах.

Фаза эксплуатации РС МКС характеризуется ростом производительности бортовых аппаратных средств, увеличением объема целевой информации, формируемой научной аппаратурой, усложнением процесса её наземной отработки, а также увеличением общего количества проводимых космических экспериментов (КЭ). Данные факторы обусловили необходимость создания аппаратно-программных средств для управления и контроля научной аппаратуры (НА) из состава КЭ [1].

Для решения данной задачи на РС МКС была создана информационно-управляющая система (ИУС), основным назначением которой является создание единой локально-вычислительной сети для обеспечения проведения КЭ [2].

В составе КЭ, проводимых на РС МКС, находится большое количество высокотехнологичной аппаратуры, функционирующей в автоматическом режиме. Рост количества КЭ, проводимых в автоматическом режиме, обусловлен необходимостью уменьшения времени, затрачиваемого экипажем на работу с НА. Для реализации управления и контроля НА требуются средства как бортового, так и наземного сегмента. Появление КЭ, проводимых в автоматическом режиме, увеличило количество ошибок в работе НА, которые выявляются после доставки на РС МКС, кроме того возросло время, затрачиваемое на проведение наземной отработки информационно-логического сопряжения НА для проведения КЭ и ИУС. По этой причине потребовалась формализация процесса проведения наземной отработки в части информационно-логического сопряжения НА для проведения КЭ и ИУС с минимизацией количества пропускаемых ошибок при наземной отработке, а также с минимизацией временных затрат на проведение отработки для повышения надёжности и безопасности работы НА.

При разработке и отработке программного обеспечения (ПО) бортового комплекса управления (БКУ) аналогичные задачи были решены путём внедрения методов, описанных в работах Е.А. Микрина [3], [4]. В ходе анализа было выявлено, что данный подход применим для решения задачи построения оптимальной стратегии отработки НА для проведения КЭ и ИУС.

Цели и задачи формализации отработки информационно-логического сопряжения обеспечения НА для проведения КЭ и ИУС

Научные исследования на МКС проводятся в рамках КЭ. Анализ опыта их проведения позволяет выделить определенный жизненный цикл, который представлен на рисунке 1. Этапы жизненного цикла группируются по направлениям наземной подготовки и проведения КЭ на орбите.

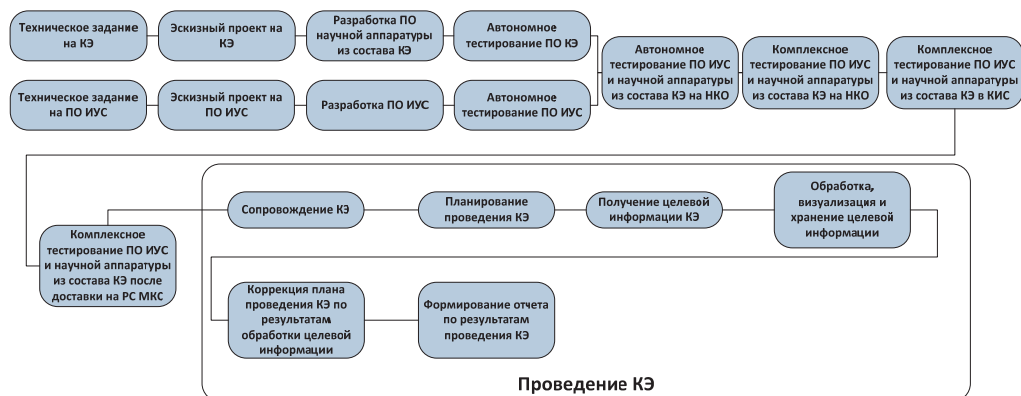


Рисунок 1 – Жизненный цикл проведения космических экспериментов с использованием ИУС

На рисунке использованы следующие сокращения:

ИУС – информационно-управляющая система; КИС – контрольно-испытательная станция; КЭ – космический эксперимент; МКС – международная космическая станция, НКО – наземный комплекс отработки; ПО – программное обеспечение; РС – российский сегмент.

Проведение отработки информационно-логического сопряжения НА для проведения КЭ и ИУС проводятся на наземном комплексе отработки (НКО).

В рамках анализа существующей методики наземной отработки информационно-логического сопряжения НА для проведения КЭ и ИУС были выявлены недостатки, которые приводят к пропуску ошибок в работе ИУС и НА, а также увеличивают время на проведение наземной отработки:

- выбор стратегии тестирования производится вручную, что не гарантирует её эффективность;
- отсутствие методики выбора стратегии оптимального тестирования;
- необходимость использования времени экипажа (чей ресурс ограничен и очень востребован) для диагностики и устранения ошибок, пропущенных при наземной отработке.

Формализация процесса отработки информационно-логического сопряжения НА для проведения КЭ и ИУС позволяет устранить выявленные недостатки.

Выбор стратегии тестирования вручную приводил к пропуску ряда ошибок в работе НА и ИУС на этапе наземной отработки. Это приводило к обнаружению данных ошибок во время эксплуатации НА на РС МКС. Для устранения возникших ошибок требуется большое количество времени. Время на устранение ошибки включается в себя: время на локализацию ошибки, время на разработку методики устранения данной ошибки (например, выпуск новой версии ПО), время на устранение данной ошибки на РС МКС, зачастую, с использованием времени экипажа. Для некоторых КЭ данное время достигало нескольких недель. Поэтому задача минимизации пропускаемых ошибок на этапе наземной отработки является очень важной.

Кроме того, выбор стратегии тестирования вручную приводил к увеличению длительности отработки, поскольку логика работы ИУС и НА стала более сложной для автоматических КЭ. Для устранения данного недостатка необходима возможность поиска оптимальной стратегии тестирования в автоматическом режиме.

Еще одним недостатком выбора стратегии тестирования вручную является необходимость разработки аналогичных стратегий для различной НА. Поэтому необходимо разработать методику выбора стратегии оптимального тестирования, которая применима для различных КЭ. Применение методики позволяет формализовать процесс проведения наземной отработки, а также позволяет автоматизировать процесс поиска оптимальной стратегии тестирования. Благодаря этому снижается вероятность пропуска тестового сценария из-за выполнения данной процедуры в ручном режиме.

После доставки аппаратуры на РС МКС требуется время экипажа для интеграции НА. При работе НА в автоматическом режиме участие экипажа при штатной эксплуатации НА не требуется. Однако при возникновении ошибок требуется участие экипажа для дополнительной диагностики возникшей ошибки. После локализации ошибок зачастую требуется время экипажа для их устранения. Эти факторы увеличивают нагрузку на экипаж, чей ресурс очень востребо-

ван. Формализация отработки позволяет уменьшить количество ошибок, которые выявляются на РС МКС, тем самым снижается нагрузка на экипаж.

Для решения задачи формализации процесса отработки информационно-логического сопряжения НА для проведения КЭ и ИУС необходимо рассмотреть структуру и состав ИУС, которая в совокупности с НА является объектом испытаний.

Информационно-управляющая система для проведения космических экспериментов

Для решения задач управления НА на РС МКС была разработана ИУС [5]. ИУС представляет собой совокупность, объединенных в единую локальную бортовую вычислительную сеть, вычислительных средств, расположенных на борту РС МКС, служащих для обеспечения проведения космических исследований на РС МКС (рис. 2).

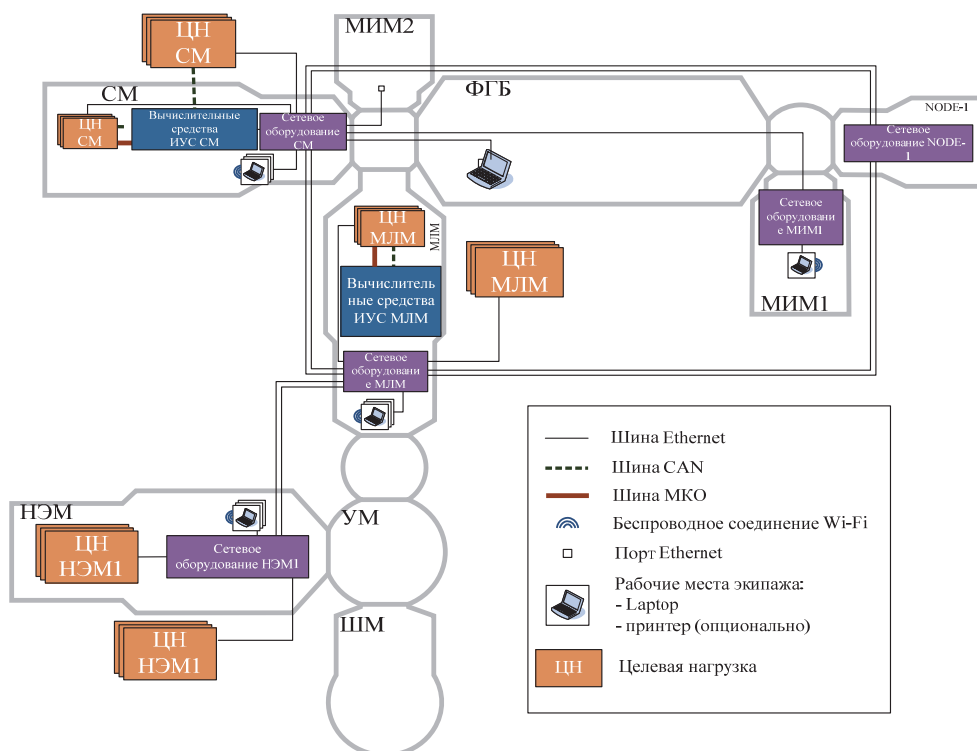


Рисунок 2 – Структура РС МКС после интеграции информационно-управляющей системы

На рисунке использованы следующие сокращения:

ИУС – информационно-управляющая система; МИМ – малый исследовательский модуль; МКО – мультиплексный канал обмена; МЛМ – многоцелевой лабораторный модуль; НЭМ – научно-энергетический модуль; СМ – служебный модуль; ЦН – целевая нагрузка; УМ – узловой модуль; ФГБ – функциональный грузовой блок; ШМ – шлюзовой модуль; CAN – controller area network.

Из числа наиболее важных задач ИУС следует выделить:

- обеспечение непрерывного управления НА из состава КЭ в одном из двух режимов: в режиме с участием экипажа (ручном режиме) и/или автоматическом режиме;
- осуществление взаимодействия с бортовыми системами (системами передачи данных) для предоставления НА необходимых вычислительных ресурсов и требуемых сопроводительных данных;
- осуществление интеграции НА по различным интерфейсам обмена;
- задачи, связанные с медицинской, психологической и информационной поддержкой экипажа.

ИУС предоставляет НА интерфейсы по передаче целевых данных, а также ряд сопроводительных данных (точное время, текущее положение МКС, данные TLE). В настоящее время передача целевой информации осуществляется средствами широкополосной системы связи (ШСС). ШСС обеспечивает связь РС МКС с наземным комплексом управления (НКУ) через спутники ретрансляторы. Использование средств ШСС позволило уйти от проблемы лимитированности передаваемых данных (ранее объем передаваемой целевой информации был ограничен 3 Гб в сутки).

В настоящее время в состав ИУС входит ряд компьютеров, каждый из которых решает свою целевую задачу. Аппаратную основу ИУС составляют унифицированные компьютеры «блок контроля интерфейса полезных нагрузок» (БКИПН).

ПО для компьютеров БКИПН было разработано в РКК «Энергия». При его проектировании и разработке были использованы теоретические основы формализации ПО и положительный опыт разработки и отработки ПО БКУ РС МКС.

Основными принципами разработки, внедрёнными при проектировании и разработке ПО БКИПН, стали подходы, хорошо зарекомендовавшие себя при разработке наземного и бортового ПО:

- модульность построения;
- унифицированная структура для различных компьютеров ИУС;
- унификация средств управления и контроля за работой ПО (со стороны источников верхнего уровня управления ПО БВС, НКУ);
- унификация протоколов обмена с НА.

Архитектура ПО ИУС предполагает разделение на базовое (ядро) единое для всех приборов, и на уникальное функциональное ПО, зависящее от назначения компьютера (рис. 3).

В соответствии с принципами разработки в РКК «Энергия» было разработано ПО БКИПН, которое необходимо для управления научной аппаратурой. При его проектировании и разработке были использованы теоретические основы формализации ПО и положительный опыт разработки и отработки ПО БВС СМ РС МКС [6].

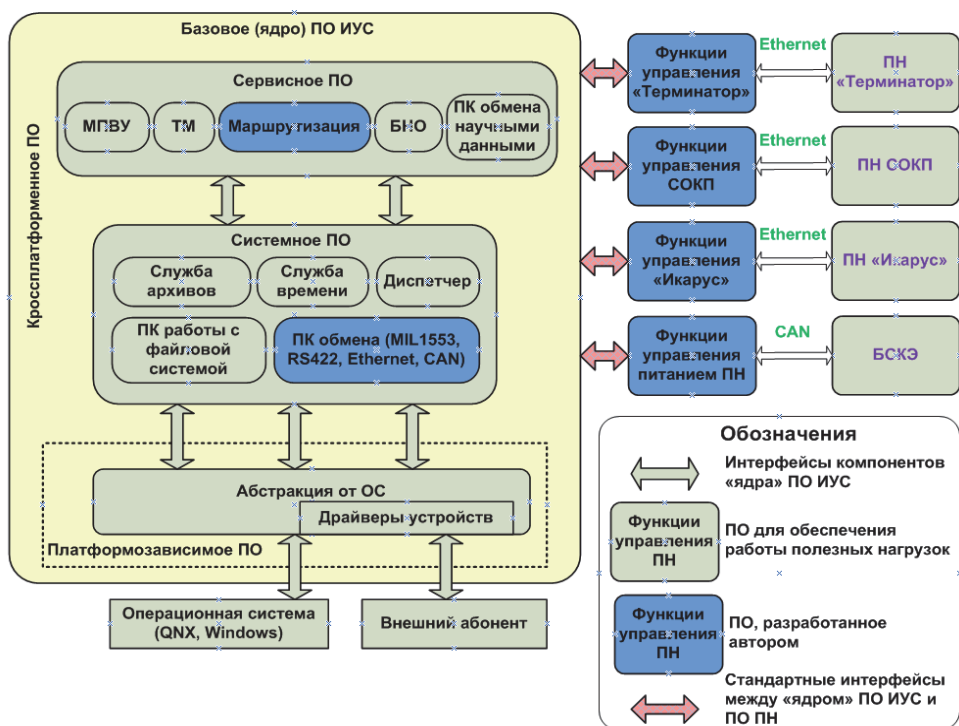


Рисунок 3 – Структура ПО компьютеров ИУС

На рисунке использованы следующие сокращения:

БНО – баллистико-навигационное обеспечение; БСКЭ – блок силовой коммутации электронный; ИУС – информационно-управляющая система; МПВУ – механизм программно-временного управления; ОС – операционная система; ПК – программный компонент; ПН – полезная нагрузка; ПО – программное обеспечение; СОКП – средства определения координат пробоя; ТМ – телеметрия; CAN – controller area network; MIL – military standard; QNX – операционная система реального времени; RS – recommended standard; USB – universal serial bus.

ПО ИУС и ПО НА являются объектами, для которых рассматривается применение сценарного подхода для формализации процесса отработки [7].

Сценарный подход для формализации процесса наземной отработки информационно-логического сопряжения НА и ИУС

Для формализации процесса наземной отработки информационно-логического сопряжения НА для проведения КЭ и ИУС была использована методологическая база, использованная при проектировании ПО БКУ РС МКС[8], [9]. Процесс наземной отработки подразделяется на этап автономного и комплексного тестирования.

Для построения оптимальной стратегии тестирования ПО формализуется в виде модели. Модель представляет собой граф (Г). Узлами графа Г являются модули ПО, а ребрами – информационные связи между ними, определяемые на

основе пояснительной записки на ПО. Модульный принцип построения ПО ИУС делает такой подход удобным для решения данной задачи [10].

Множество стратегий автономного тестирования определяются множеством возможных вариантов разбиения графа Γ на подграфы с целью их автономного тестирования.

Этап комплексного тестирования ПО ИУС и НА был модернизирован с учетом специфики архитектуры ПО ИУС. Его отличительной особенностью является разделение на базовое ядро и функциональное ПО. При необходимости это позволяет проводить отработку новой версии ПО ИУС по упрощенной схеме (без этапа перепроверки информационных связей в базовом ядре), что сокращает время на отработку новой версии ПО. Поэтому важно обеспечить независимость процесса автономного и комплексного тестирования.

Этап комплексного тестирования определяется количеством обходов графа, за который достигается проверка всех информационных связей для реализации комплексного тестирования с учетом ограничений.

Поэтому любая стратегия отработки задает множество подграфов разбиения графа Γ : $P^m = \{p_1, \dots, p_i, \dots, p_m\}$ и множество вариантов обхода графа Γ .

Временные затраты на комплексную отработку с использованием определенной mn -стратегии ее организации складываются из двух составляющих – \bar{T}_{mn}^a и \bar{T}_{mn}^k , первая из которых характеризует время автономного тестирования всех подграфов графа Γ , полученных в результате его разбиения на mn -стратегии, вторая – время комплексного тестирования, состоящее из времён последовательности обходов графа Γ для проверки всех информационных связей.

Временные затраты автономного тестирования подграфов разбиения определяются выражениями:

$$\bar{T}_{mn}^a = \sum_v t_{vmn},$$

где \bar{T}_{mn}^a – время автономного тестирования всех подграфов графа Γ , t_v – время автономного тестирования v -го подграфа разбиения.

Время комплексного тестирования определяются следующим образом:

$$\bar{T}_{mn}^k = \sum_k b_{kmn},$$

где \bar{T}_{mn}^k – время комплексного тестирования, b_{kmn} – время комплексного тестирования на k -м обходе графа Γ .

Задача выбора оптимальной стратегии при использовании временного критерия в общем виде формулируется следующим образом: найти минимум

$$\sum_{mn} (\bar{T}_{mn}^a + \sum_1^k \bar{T}_{mnk}^k) x_{mn} \rightarrow \min$$

при ограничении

$$\sum_1^k z_k \geq L,$$

где

\bar{T}_{mn}^a – время автономного тестирования всех подграфов графа Γ ,
 \bar{T}_{mn}^k – время комплексного тестирования,
 $x_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{если выбирается } mn - \text{ стратегия комплексной отработки} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$,

k – количество обходов графа,

z – количество проверенных связей за k -ый обход,

L – общее число информационных связей графа Γ .

Задача выбора оптимальной стратегии наземной отработки с использованием временного критерия имеет вид:

$$\begin{aligned} & \sum_v (T^{\Gamma}(X_v) + T^{pl}(X_v) + T^l(X_v)\rho) \\ & + \sum_i \sum_j a_{ij} (x_{iv}(1 - x_{jv})t_v^3 + x_{jv}(1 - x_{iv})t_v^d) \\ & + \sum_k (B^{\Pi}(Y_k) + B^{pl}(Y_k) + B^l(Y_k)\rho) \rightarrow \min; \end{aligned}$$

при ограничениях, задающих возможные варианты объединения и разбиения графа Γ :

$$\sum_v x_{rv} = 1; r = \overline{1, V}$$

(r -й программный модуль должен включаться только в один подграф разбиения графа Γ на этапе автономного тестирования);

$$\sum_i \sum_j a_{ij} (x_{jv}(1 - x_{iv})) \leq 1; v = \overline{1, V}$$

(для каждого v -го подграфа разбиения необходимо создание только одной подпрограммы драйвера);

$$\sum_1^k z_k \geq L$$

(за k обходов графа Γ на этапе комплексного тестирования должны быть проверены все связи между вершинами графа),

где v – индекс подграфа разбиения, $X_v = \{x_{rv}\}$, ($r = \overline{1, V}$) – характеризует состав программных модулей v -го подграфа разбиения, T^{Γ} – время генерации тестовых данных в процессе автономного тестирования, T^{pl} – время реализации тестов в процессе автономного тестирования, T^l – время локализации ошибок, обнаруженных в процессе автономного тестирования, ρ – вероятность обнаружения ошибки,

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если между } i - \text{й и } j - \text{й вершинами графа } \Gamma \\ & \text{есть дуга по управлению} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$x_{i(j)v} = \begin{cases} 1, \text{ если } i(j) - \text{й программный модуль включается в } v - \text{ю} \\ \text{группу (подграф) при разбиении графа } \Gamma; \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}$$

t_v^3 – время создания подпрограмм «заглушек» для v -го подграфа разбиения, t_v^d – время на создание подпрограмм «драйвер» для v -го подграфа разбиения, k – количество обходов графа, V^p – время подготовки данных, V^{pl} – время реализации процесса комплексного тестирования, V^l – время локализации ошибок, обнаруженных в процессе комплексного тестирования, $Y_k = \{y_{rk}\}$, ($r = 1, V$) – характеризует состав программных модулей, участвующих в k -ом этапе комплексного тестирования, V – количество программных модулей,

$$y_{rk} = \begin{cases} 1, \text{ если } r - \text{й программный модуль включается в } k - \text{й} \\ \text{обход графа } \Gamma; \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}$$

z – количество проверенных связей за k -ый обход, L – общее число информационных связей графа Γ .

На основании вышеописанного подхода была разработана методика отработки информационно-логического сопряжения НА для проведения КЭ и ИУС, которая разделяется на следующие этапы:

1. формулирование требований к работе ПО ИУС и НА;
2. формулирование требований к работе каждого модуля ПО ИУС и НА;
3. разработка модели ПО, представляющую собой граф (вершины графа соответствуют программным модулям ПО, а дуги – информационным связям между ними);
4. оценка количества тестов, времен генерации тестовых данных, разработки подпрограмм «заглушек», разработки подпрограммы «драйвер» для каждого модуля для автономного тестирования;
5. оценка времени проверки каждой информационной связи на этапе автономного тестирования;
6. разбиение графа на подграфы с учетом выбора оптимальных временных условий (при разбиении каждое ребро должно быть проверено хотя бы один раз);
7. оценка количества тестов, времен генерации тестовых данных для комплексного тестирования;
8. оценка времени проверки каждой информационной связи на этапе комплексного тестирования;
9. выбор K обходов за которые достигается обход всех ребер с учетом выбора оптимальных временных условий;
10. определение времени комплексного тестирования ПО на основе полученных результатов.

Применение методики позволяет проводить наземную отработку разнородной аппаратуры в рамках единого подхода. Методика позволяет автоматизи-

ровать процесс поиска оптимальной стратегии тестирования НА и ИУС, что позволяет минимизировать количество пропускаемых ошибок по сравнению с поиском данной стратегии в ручном режиме. Кроме того, применение единого подхода позволяет сократить общее время на проведение наземной отработки, за счет оптимизации данного процесса по времени.

Результаты применения сценарного подхода при отработке научной аппаратуры

В качестве КЭ, отработка которых проводилась с использованием разработанной методики, были выбраны КЭ «Терминатор» и КЭ «Ураган» с НА «Икарус» [11-13].

Целью КЭ с НА «Икарус» является отслеживание перемещения животных небольшого размера из космического пространства. В качестве космической инфраструктуры проведения данного КЭ был выбран РС МКС [14].

Аппаратура доставлена на РС МКС в 2018-ом году и функционирует по настоящее время. Первоначально КЭ проводился в кооперации с германским центром авиации и космонавтики, с 2022 года управление, контроль, сопровождение, обработка целевой информации осуществляется силами российских специалистов [15].

Целью КЭ «Терминатор» является отработка новых методов космического мониторинга состояния средней атмосферы Земли.

Аппаратура доставлена на РС МКС в 2021-ом году и функционирует по настоящее время.

Испытания КЭ с НА «Икарус», КЭ «Терминатор» совместно с ИУС проводились на основе сценарного подхода, описанного ранее.

Для описания модели ПО выбрана графовая модель, представленная на рисунке 2. Были определены вершины графа, соответствующие модулям ПО и соответствующие связи между ними.

Граф состоит из следующих модулей:

1. модуль администрирования;
2. модуль синхронизации времени;
3. модуль получения целевой информации;
4. модуль обмена по интерфейсам обмена CAN, MIL, RS422, Ethernet;
5. модуль телеметрии;
6. модуль обработки управляющих воздействий;
7. модуль инициализации;
8. модуль логирования;
9. модуль маршрутизации;
10. модуль управления научной аппаратурой («Икарус», «Терминатор» или «Кварц»);
11. ПО научной аппаратуры («Икарус», «Терминатор» или «Кварц»);
12. НКУ.

ходимо определить оптимальное количество обходов графа Г, за которое осуществляется проверка всех связей в нём.

Таблица 1 – Временные затраты на автономное тестирование ПО ИУС и НА

	КЭ «Ураган» с НА «Икарус»	КЭ «Терминатор»
Среднее время на автономное тестирование ДО внедрения новой методики (ч)	68,4	
Оценочное время на автономное тестирование ПОСЛЕ внедрения новой методики (ч)	48.55	46.22
Реальное время на автономное тестирование ПОСЛЕ внедрения новой методики (ч)	55.34	41.77
Оценочное время на автономное тестирование новых компонентов ПО (ч)	7,7	6,5
Реальное время на автономное тестирование новых компонентов ПО (ч)	6,8	7,5

Для расчета времени комплексного тестирования аналогично процессу автономного тестирования была проведена оценка времен тестирования ПО.

Для реализации алгоритма поиска оптимального количества обходов был выбран базовый модуль, являющийся источником управления – модуль НКУ. Данный модуль обладает возможностью запуска и остановки работы ПО, функциями по его контролю и управлению его работой.

Далее осуществлялся поиск оптимального количества обходов графа Г для проверки всех информационных связей в нём с целью получения минимального времени на комплексное тестирование. По результатам работы было получено минимальное время на проведение комплексного тестирования. Полученное время сравнивалось с реальным временем на проведение отработки ПО ИУС и НА.

Результаты оценки времен комплексного тестирования приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Временные затраты на комплексное тестирование ПО ИУС и НА

	КЭ «Ураган» с НА «Икарус»	КЭ «Терминатор»
Среднее время на комплексное тестирование ДО внедрения новой методики (ч)	36,3	
Оценочное время на комплексное тестирование ПОСЛЕ внедрения новой методики (ч)	27,5	25,67
Реальное время на комплексное тестирование ПОСЛЕ внедрения новой методики (ч)	22,1	19,17
Оценочное время на комплексное тестирование новых компонентов ПО (ч)	3,45	2,94
Реальное время на комплексное тестирование новых компонентов ПО (ч)	3,1	2,6

Несовпадение оценочного времени с реальным объясняется большим количеством ошибок, выявленных и устранённых на этапе автономного тестирования. По этой причине не тратилось время на их локализацию на этапе комплексного тестирования.

Важно отметить, что осуществление проверок по предложенной методике возможно как с использованием реального образца НА, так и его программной модели. Использование программной модели не позволяет провести полную отработку ПО, однако, данный подход позволяет обнаружить типовые ошибки в работе ПО, такие как:

- неверная структура данных при обмене информацией;
- неверное квитиование при обработке команды;
- отсутствие обработки команды или набора команд;
- неверная реакция на некорректную команду;
- неверный порядок байт при обмене информацией;
- неверные сетевые настройки;
- некорректная обработка сопроводительных данных (пакеты времени, пакеты с баллистической информацией).

Проведение предварительной отработки с использованием модели НА (виртуальной машины или программной модели) позволяет сократить время на поиск и локализацию ошибок на этапе отработки с реальным образцом НА.

После доставки аппаратуры на РС МКС было проведено сравнение количества выявленных ошибок в работе НА после доставки со средним количеством ошибок до применения описанного подхода, результаты приведены в таблице 3. Из данных, приведенных в таблице видно, что количество ошибок сократилось в среднем в 5 раз.

Таблица 3 – Количество ошибок после доставки научной аппаратуры на РС МКС

	КЭ «Ураган» с НА «Икарус»	КЭ «Терминатор»
Среднее количество ошибок, обнаруженных ДО внедрения новой методики	10	
Количество ошибок, обнаруженных при работе НА (шт)	2	2

Обобщенные результаты применения сценарного подхода при отработке НА приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Обобщенные результаты применения сценарного подхода при отработке НА

	КЭ «Ураган» с НА «Икарус»	КЭ «Терминатор»
Количество ошибок, обнаруженных при работе НА (шт)	уменьшилось в 5 раз	уменьшилось в 5 раз
Реальное время на автономное тестирование ПОСЛЕ внедрения новой методики (ч)	уменьшилось на 19%	уменьшилось на 39%
Реальное время на комплексное тестирование ПОСЛЕ внедрения новой методики (ч)	уменьшилось на 40%	уменьшилось на 48%

Заключение

Актуальность задачи формализации процесса отработки информационно-логического сопряжения НА и ИУС на РС МКС обусловлена недостатками существующего подхода, в первую очередь пропуск ошибок в работе ПО из-за разработки стратегии тестирования в ручном режиме, что снижает надежность проведения КЭ в полете.

Для решения данной задачи был применён сценарный подход, который успешно применяется на этапе отработки ПО БКУ.

Результатом применения сценарного подхода для формализации отработки информационно-логического сопряжения НА и ИУС на РС МКС стала методика автоматизированной наземной отработки. Данная методика позволяет в среднем в 5 раз сократить количество пропускаемых ошибок, а также позволяет сократить в среднем на 30%, время на проведение испытаний.

Данный подход универсален и может быть применим ко всем КЭ, проводимым с помощью ИУС в автоматическом режиме.

Литература

1. Микрин Е.А. Бортовые комплексы управления космических аппаратов // М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. 242 с.
2. Воронин Ф.А., Дунаева И.В. Информационно-управляющая система для проведения научных экспериментов на международной космической станции // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. № 1. С. 20-30.
3. Кульба В.В., Микрин Е.А., Павлов Б.В., Платонов В.Н. Теоретические основы проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов // М.: Наука, 2006. 579 с.
4. Микрин Е.А., Пелихов В.П. Система комплексной отработки программного обеспечения долговременных орбитальных станций // Материалы VIII международной конференции «Проблемы управления безопасностью сложных систем». М.: РГГУ, 2000. С. 350-351.
5. Воронин Ф.А., Пахмутов П.А., Сумароков А.В. О модернизации информационно-управляющей системы российского сегмента Международной космической станции // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2017. № 1. С. 109-122.
6. Пахмутов П.А., Скороход С.А., Бусарова Д.А. Концепция построения программного обеспечения бортовой цифровой вычислительной системы информационно-управляющей системы российского сегмента МКС // Труды РКТ. 2012. Серия 12. Выпуск 3. С. 7-11.
7. Воронин Ф.А., Назаров Д.С. Разработка программного обеспечения информационно-управляющей системы Международной космической станции (на примере научных экспериментов «ТЕРМИНАТОР», «МВН», «БТН-М2», «ИПИИ-500») // Российская академия наук, Государственная корпорация по космической деятельности «Роскосмос», Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана. М.: МГТУ им. Баумана, Москва. 2016. С. 366.
8. Микрин Е.А. Некоторые задачи синтеза оптимальных модульных систем обработки данных реального времени в АСУ Международной космической станции «Альфа» // М.: Автоматика и телемеханика. 2001. № 1. С. 178-183.
9. Микрин Е.А. Методология организации системы отладки при разработке программного обеспечения бортовой вычислительной системы российского сег-

- мента МКС «Альфа» // Материалы шестой международной конференции «Проблемы управления безопасностью сложных систем». ИПУ РАН. СПбГУ. 1999. С. 177-178.
10. Микрин Е.А., Пелихов В.П. Этапность и методология проектирования программного обеспечения бортовой вычислительной системы российского сегмента МКС «Альфа» // Материалы шестой международной конференции «Проблемы управления безопасностью сложных систем. ИПУ РАН. СПбГУ. 1999. С. 200-202.
11. Эксперимент «Терминатор» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.energia.ru/ru/iss/researches/study/15.html> (дата обращения 12.08.2024).
12. Богатырёв В.А., Гусев В.Ф., Рязанцев В.В., Черемисин М.В. Комплексный мониторинг лесов текущими и перспективными средствами ДЗЗ Российского сегмента МКС // Материалы XLVII Научных чтений памяти К.Э. Циолковского. 2012. С. 142.
13. Беляев Б.И., Беляев М.Ю., Боровихин П.А., Голубев Ю.В., Ломако А.А., Рязанцев В.В., Сармин Э.Э., Сосенко В.А. Система автоматической ориентации научной аппаратуры в эксперименте «Ураган» на Международной космической станции» // Космическая техника и технологии. 2018. № 4(23). С. 59-69.
14. Волков О.Н., Воронин Ф.А., Назаров Д.А., Харчиков М.А. Решение задач управления научной аппаратурой «ИКАРУС» в Международной кооперации по изучению миграции животных с борта РС МКС // Материалы 52-х Научных чтений памяти К.Э. Циолковского. 2017. С. 161.
15. Беляев М.Ю., Воронин Ф.А., Харчиков М.А. Контроль перемещения животных на Земле с помощью научной аппаратуры, установленной на Российском сегменте Международной космической станции // Лесной вестник. 2019. № 4. С. 49-58.

УДК 004.8

Применение искусственной нейронной сети в диагностике обрыва измерительного канала

Александр Дмитриевич Емельянов, инженер-испытатель,
ФКП «НИЦ РКП», г. Пересвет, Московская область

В статье представлено исследование применимости искусственных нейронных сетей при выявлении обрыва кабельной линии измерительного канала. Описаны основные состояния в которых может находиться измерительный канал. Определены признаки, присущие неработоспособному измерительному каналу и сложность их идентификации. Предложен альтернативный инструмент для диагностики измерительных каналов – искусственные нейронные сети. Представлен процесс разработки и обучения искусственной нейронной сети для выявления обрыва кабельной линии измерительного канала.

Искусственные нейронные сети, измерительные каналы, диагностика, обрыв кабельной линии.

The use of an artificial neural network in the diagnosis of a measurement channel breakage

Alexander Dmitrievich Yemelyanov, test engineer,
FSE «STC RSI», Peresvet, Moscow region

The article presents a study of the applicability of artificial neural networks in detecting the breakage of the cable line of the measuring channel. The basic conditions in which the measuring channel can be located are described. The signs inherent in an inoperable measuring channel and the complexity of their identification are determined. An alternative tool for the diagnosis of measuring channels is proposed – artificial neural networks. The process of developing and training an artificial neural network to detect a cable line breakage of a measuring channel is presented.

Artificial neural networks, diagnostics, measuring channels, cable line breakage.

Оперативное определение неработоспособных измерительных каналов является одним из основных процессов, характерных для работ, требующих точных и достоверных показаний технологических параметров. Среди причин особого внимания к данному вопросу следует выделить последствия, к которому приводит неверное функционирование измерительных каналов: ложные срабатывания систем автоматики, неверные выводы инженерно-технического состава о состоянии работающих элементов, регистрация массивов недостоверных данных. В связи с этим, широкое распространение получило внедрение и применение средств, позволяющих проводить процедуры по установке причин перехода измерительного канала в неработоспособное состояния.

Существующие на данный момент методы диагностики измерительных каналов в большинстве случаев представляют определенный набор действий, реализуемых квалифицированным персоналом с помощью специализированного оборудования. В качестве базового примера можно привести ситуацию, в которой специалист, зафиксировав некорректное значение параметра на устройстве визуального контроля, производит проверки как самого измерительного устройства, так и наличия сигналов в месте подключения и, в случае их отсутствия, начинает поиск места обрыва кабельным тестером.

Несмотря на высокую эффективность применяемых методов диагностики, их реализация требует существенных временных и финансовых затрат:

- Обучение персонала: без должного уровня подготовки специалист не будет обладать навыками как для классификации поведения измерительного канала, так и работы с оборудованием при проверке его работоспособности.
- Проведение дополнительных процедур анализа: учитывая скорость и характер изменения значений параметра при переходе измерительного канала в неработоспособное состояние, его диагностирование посредством визуального контроля может значительно усложниться и привести к необходимости выполнения дополнительных операций, что увеличит общее время, затраченное на идентификацию сбоя.

Задача статьи – учитывая актуальность данной темы, в рамках научного исследования рассмотреть возможность применения альтернативных способов диагностики измерительных каналов.

Особое внимание в работе уделяется искусственным нейронным сетям, которые, за счет своих функциональных возможностей, способны помочь в решении ранее обозначенных проблем.

Состояния измерительных каналов

Измерительные каналы (ИК) могут находиться в одном из двух состояний: работоспособном и неработоспособном. В работоспособном состоянии ИК передаваемый сигнал меняется в соответствии с измеряемым физическим процессом и не приобретает негативных свойств, меняющих его характеристики (рис. 1).

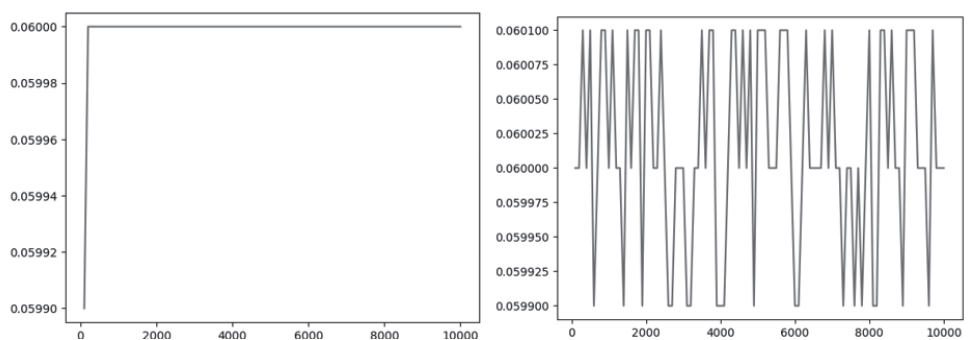


Рисунок 1 – Различия между физическим процессом и результатом измерения при исправном ИК

Если же ИК неработоспособен, то поведение передаваемого сигнала при-

обретает хаотичный характер, который частично или полностью отличается от измеряемого физического процесса, что сводит к минимуму возможности его применения при оценке состояния технологического оборудования (рис. 2).

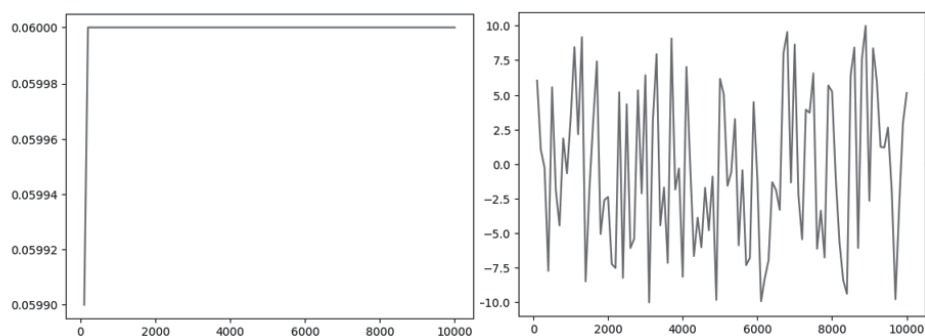


Рисунок 2 – Различия между физическим процессом и результатом измерения при неисправном ИК

Определение или классификация ИК как неработоспособного может быть произведена на основании следующих признаков:

- Обрыва линии связи между элементами, образующими ИК;
- «Ненадежный» контакт элементов, приводящий к кратковременным или долговременным сбоям поступления измерительной информации;
- Искажение сигнала вследствие паразитных воздействий (наводки, помехи, шумы);
- Выход из строя устройства, осуществляющего вспомогательную или основную функцию в процессе измерения.

Основной проблемой выявления данных признаков является то, что невозможно заранее определить, как поведет себя сигнал при наличии у него одного из признаков, что усложняет процесс классификации. Во многом это обусловлено разностью как самих используемых элементов, так и их внутреннего устройства. Нельзя гарантировать, что показания двух одинаковых измерительных приборов будут идентичны вплоть до последнего знака [1]. В связи с этим специалисту приходится эмпирическим путем познавать как поведет себя сигнал при приобретении им одного из признаков для верной классификации ИК, говоря иначе, обучаться.

Таким образом, процесс определения состояния ИК представляет собой работу по сопоставлению ранее неизвестного сигнала с конкретным состоянием (классификации), которая не очень эффективно реализуется традиционными математическими методами [2]. Это приводит к необходимости поиска альтернативным инструментом, в качестве которого предлагается рассмотреть искусственные нейронные сети.

Структура ИНС

Искусственная нейронная сеть (ИНС) представляет собой программу, которая повторяет модель человеческих нейронных связей. Основным её элемен-

том являются нейроны, которые берут на себя функции по приему поступающей информации, её преобразованию и выдаче итогового результата. Базовая структура ИНС изображена на рисунке 3.

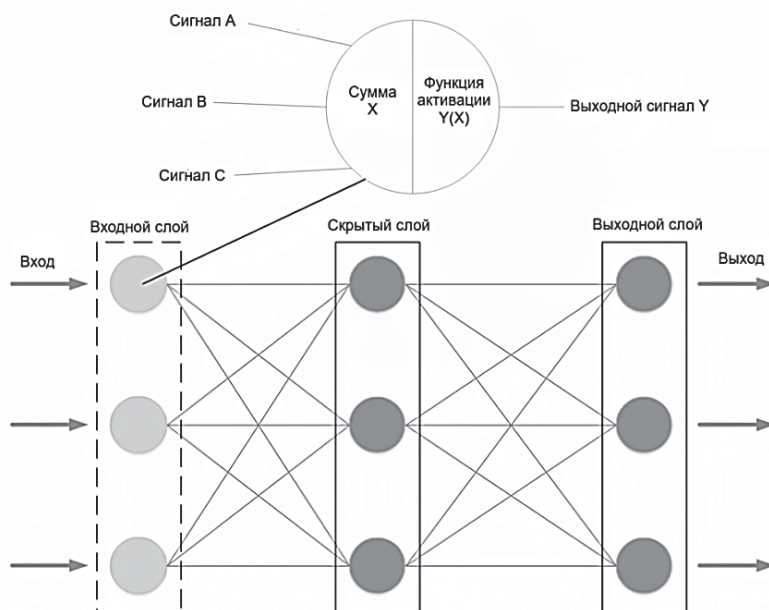


Рисунок 3 – Структура искусственной нейронной сети

Важной особенностью ИНС является способность к обучению на основе обрабатываемых ею данных. В сравнении со стандартными алгоритмами, которые работают по строго определенным правилам, ИНС использует данные для нахождения коэффициентов связей между нейронами (весов), с целью выявления закономерностей между входными и выходными данными. Таким образом, успешно обученная ИНС способна выдать верный результат на основании данных, которые отсутствовали в обучающей выборке. Это позволяет применять ИНС в широком круге задач: прогнозирование, управление, классификации и т.д.

Ввиду темы данного исследования рассмотрим, как ИНС может быть использована при выявлении обрыва кабельной линии ИК.

ИНС для диагностики обрыва

Под обрывом кабельной линии ИК подразумевается разрушение проводников кабеля вследствие физического вмешательства, которое приводит к прекращению поступления достоверной информации о протекающих процессах. В зависимости от ситуации поступающий сигнал может либо полностью пропасть, приняв «нулевое значение» или приобрести хаотичное поведение, которое напрямую зависит от применяемых в ИК элементов. Поэтому в рамках научного исследования будет рассмотрен процесс обучения ИНС на конкретном примере (рис. 4,5).



Рисунок 4 – Поведение сигнала при переходе ИК в состояние обрыва

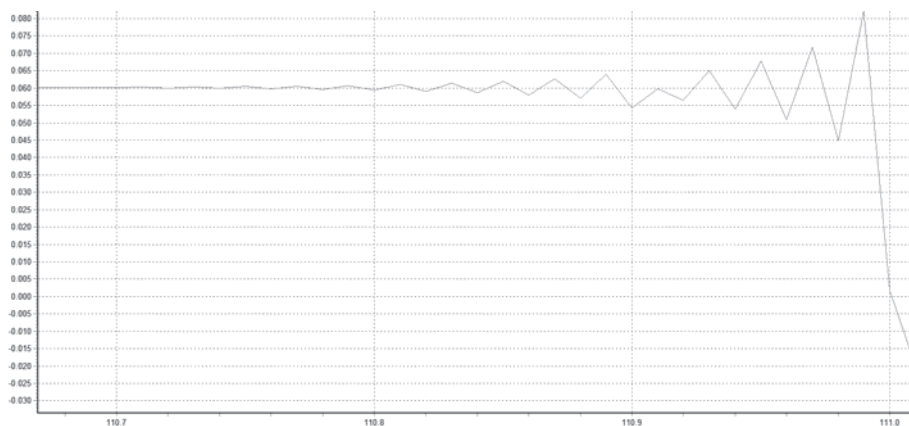


Рисунок 5 – Момент перехода ИК в состояние обрыва

Проведя анализ сигнала, изображенного на рисунке 4, можно выделить следующее:

1. Верные показания сигнала находятся в диапазоне от 58-60 мВ, что наблюдается со 103 по 111 секунду (рис. 5).
2. Начиная со 111 секунды происходят первые изменения сигнала в связи с обрывом одного из проводников: резкие перепады, постепенное возрастание – убывание значений.

3. Основные изменения (маркеры), свидетельствующие об обрыве, происходят в первые 10 секунд, после чего сигнала фиксируется в диапазоне от -550 мВ до -400 мВ.

Далее необходимо решить следующие задачи, возникающие в процессе разработки ИНС.

1. Определить входные и выходные данные.

Входными данными будут значения измерительного сигнала через равные промежутки времени. Промежуток составит 100 миллисекунд, то есть половина от наименьшего времени между маркерами. Это позволит отследить начало перехода в обрыв.

Выходными же данными будут выводы о текущем состоянии ИК.

2. Определить функцию активации нейрона.

Так как основной задачей ИНС является именно классификация, то будет использоваться сигмоида. Причина выбора заключается в вероятностном характере выходных значений сигмоиды, которые могут быть интерпретированы как вероятность принадлежности объекта к одному из классов [3]. Это позволяет решить проблему ситуаций, при которых однозначная классификация невозможна или затруднительна. Например, выход обоих нейронов равен 0,5.

3. Определить количество нейронов на входном слое.

Для охвата всего временного интервала перехода ИК в обрыв, количество нейронов на входе составит 100. Данное значение получено путем деления промежутка времени перехода ИК в обрыв – 10000 миллисекунд (10 секунд) на значения сигнала через каждые 100 миллисекунд.

4. Подобрать количество нейронов на скрытом слое эмпирическим методом.

5. Определить количество нейронов на выходном слое.

Сигнал будет идентифицирован либо как «ИК рабочий», либо – «ИК в обрыве», следовательно, два выходных нейрона.

Важно также выделить и другие возможные состояния, в которых будет находиться ИК.

Первый случай: Первая часть – сигнал рабочий, вторая – искажен (рис. 6).

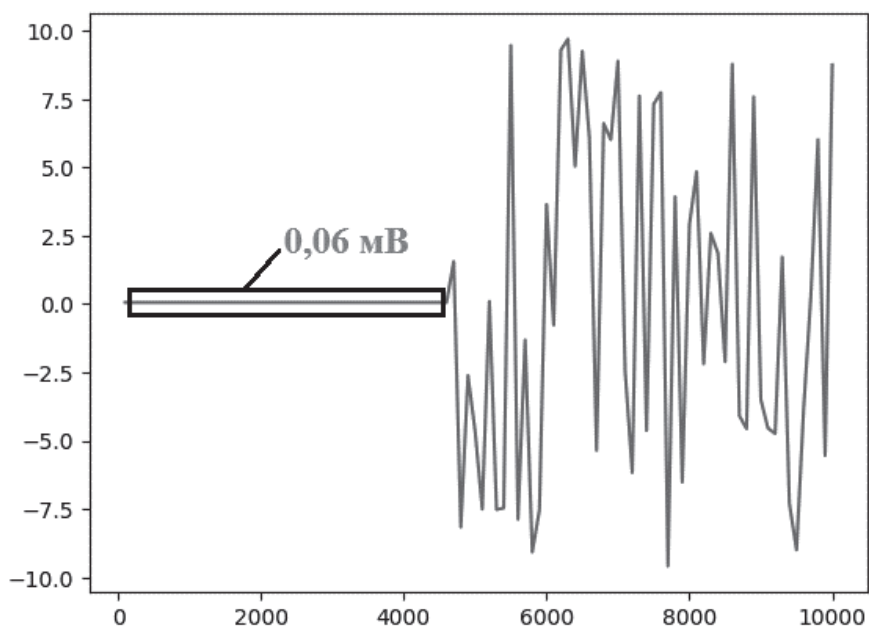


Рисунок 6 – перехода ИК из нормального в искаженное состояние

Второй случай: Сигнал искажен на всем временном отрезке (рис. 7).

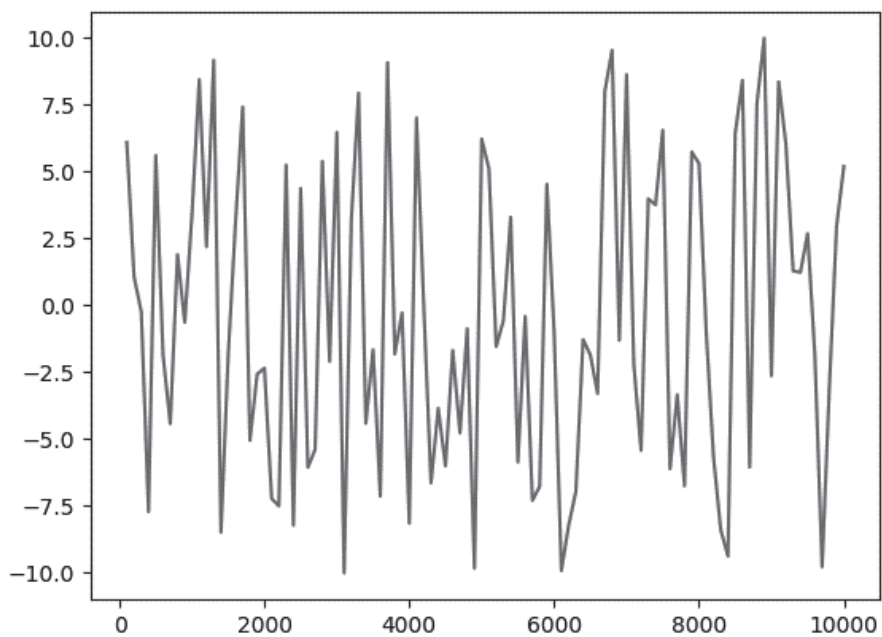


Рисунок 7 – ИК в искаженном состоянии

Третий случай: Первая часть – сигнал искажен, вторая – рабочий (рис. 8).

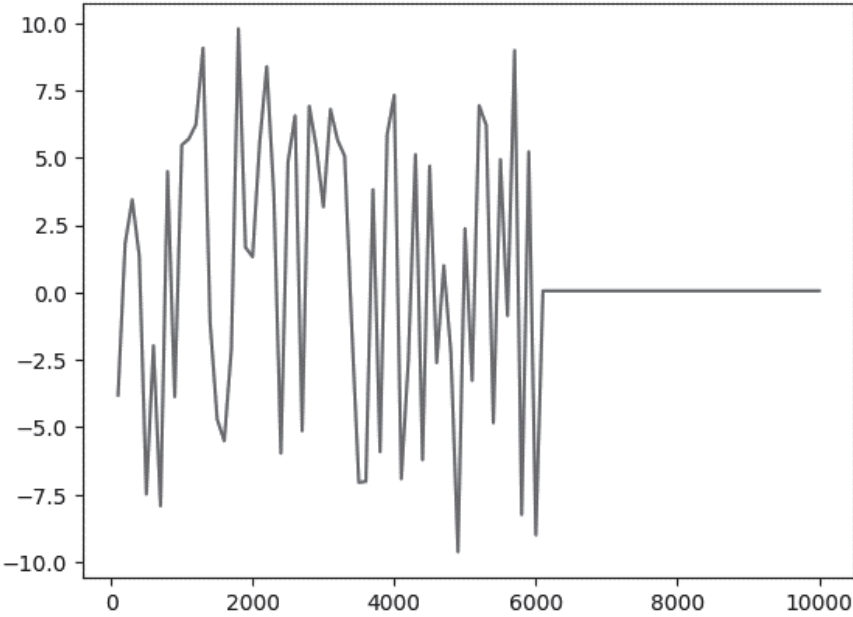


Рисунок 8 – Переход ИК из искаженного в нормальное состояние

Четвертый: Маркеры пройдены, сигнал уже в обрыве (рис. 9).

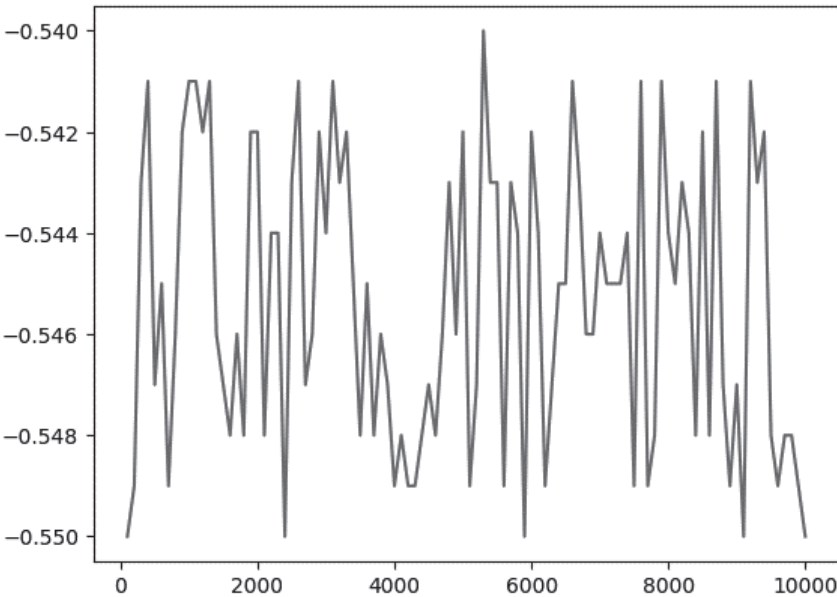


Рисунок 9 – ИК в состоянии обрыва по истечении 10 секунд

Без включения данных случаев в процесс обучения ИНС может классифицировать новый для неё сигнал как один из обозначенных случаев, что повысит количество ошибочных выводов и снизит общую эффективность сети.

Следующим этапом после, определения основы ИНС, является подготовка обучающих данных. Для начала приведены значения сигналов к диапазону от 0.01 до 0.99 путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} 0,99 = U_{max} * K + b \\ 0,01 = U_{min} * K - b \end{cases} \quad (1)$$

где $U_{max} = 10$ – максимальное возможное значение ИК,

$U_{min} = -10$ – минимальное возможное значение ИК.

Получаем $K = 0.049$, $b = 0.5$.

Применив найденные переменные, получаем следующее уравнение для перевода значений сигнала в необходимый формат:

$$N * 0.049 + 0.5, \quad (2)$$

где N – значение сигнала в определенный момент времени.

Это необходимо для избежания проблем, связанных с обновлением весов, насыщением сети и снижением точности вычислений при очень малых значениях.

Обучающие данные получим при помощи генератора на языке программирования Python. (рис. 10).

```

1 1, 0.06, 0.059, 0.059, 0.06, 0.059, 0.06, 0.06, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0.06, 0.059, 0.059, 0.06, 0.0
6, 0.059, 0.06, 0.059, 0.06, 0.059, 0.06, 0.059, 0.059, 0.06, 0.06, 0.059, 0.06, 0.06, 0.059, 0.06, 0.0
59, 0.06, 0.059, 0.06, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0.06, 0.0
6, 0.06, 0.059, 0.06, 0.059, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0.059, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0.0
59, 0.059, 0.059, 0.059, 0.059, 0.059, 0.059, 0.059, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0.059, 0.0
59, 0.06, 0.059, 0.06, 0.059, 0.059, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0.06, 0.059, 0.06, 0.06
2 0.06, 0.06, 0.059, 0.059, 0.059, 0.059, 0.059, 0.059, 0.06, 0.059, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0
.059, 0.06, 0.06, 0.059, 0.06, 0.059, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0.06, 0.059, 0.059, 0.059, 0.059, 0.06
, 0.06, 0.06, 0.059, 0.059, 0.06, 0.059, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.059, 0.06, 2.46, 6.923, -3.427, 7.00
3, 2.372, -5.223, -0.044, -7.37, -9.03, -1.446, 8.415, 4.236, -4.451, 9.503, 2.146, -9.938, -4.396, -5.339
, 3.749, -4.802, -9.379, 5.03, 3.21, -5.404, 7.79, 9.297, -1.485, -4.772, 8.969, -1.633, 7.918, 0.323, 1.71
1, 7.94, -2.777, 9.383, -1.105, -3.321, -9.324, 2.951, -5.933, -9.466, 7.771, -9.421, -3.706, -0.24, 9.949

```

Рисунок 10 – Структура обучающих данных

В них первое значение демонстрирует – к какому нейрону относится обучающий пример:

- 1 – ИК рабочий,
- 2 – ИК в обрыве,
- 0 – Сигнал находится в состоянии неизвестным для ИНС, который не может быть классифицирован ни как первый, ни как второй случай.

С их помощью ИНС, в процессе обучения, сможет вычислять выходную ошибку (разность между целевым и фактическим выходным значением ИНС) и корректировать весовые коэффициенты.

Результаты работы созданной и обученной ИНС с 100 входными нейронами, 1000 нейронов на скрытом слое и 2 на выходном слое продемонстрирова-

ны в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты работы ИНС

№	Ситуация	Выход первого нейрона	Выход второго нейрона
1	ИК работоспособен	0,6886696	0,32276458
2	Первая часть – сигнал рабочий, вторая – искажен	0,0031752	0,0014745
3	Сигнал искажен на всем временном отрезке	0,0055006	0,0986538
4	Первая часть – сигнал искажен, вторая – рабочий	0,94281904	0,02046728
5	ИК переходит в состояние обрыва	0,00502948	0,99502189
6	ИК в обрыве	0,37045033	0,6218875

Заключение

В данном научном исследовании рассмотрена возможность применения ИНС для выявления обрыва кабельной линии ИК. Полученные результаты демонстрируют, что верно обученная ИНС способна с приемлемой точностью различить 6 ситуаций в которых может находиться тестовый ИК, что позволяет сделать вывод о перспективности и применимости разработанной сети.

Литература

1. ГОСТ IEC/TS 60034-27-2015. Машины электрические вращающиеся. Часть 27. Измерения частичного разряда на изоляции статорной обмотки отключенных от сети вращающихся электрических машин [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/1200135561?ysclid=m371fwc1yu874929731> (дата обращения 11.09.2024).
2. Ибрагим А.С. Сравнительный анализ искусственных нейронных сетей и мультиагентных систем // Известия КБНЦ РАН. 2021. № 1(99).
3. Шашев Дмитрий Вадимович, Шатравин Владислав Владимирович Реализация сигмоидной функции активации с помощью концепции перестраиваемых вычислительных сред // Вестн. Том. гос. ун-та. Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 61.
4. Создаем нейронную сеть: Пер. с англ. СПб.: ООО «Диалектика», 2019. 272 с.
5. Matplotlib: Visualization with Python [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://matplotlib.org> (дата обращения 11.09.2024).

УДК 519.216.3, 519.246.85, 519.71, 517.982.43

**Обзор методов вычисления коэффициентов авторегрессии
для автокорреляционных нелинейных нестационарных процессов**

Алина Мажитовна Минитаева, кандидат технических наук, доцент кафедры
«Компьютерные системы и сети»,

Иван Олегович Михнюк, количественный аналитик,
«Third Dimension Solutions doo», г. Белград, Республика Сербия,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», г. Москва

В статье рассматриваются различные подходы к вычислению коэффициентов авторегрессии произвольного порядка для нелинейных нестационарных процессов. Внимание акцентируется на необходимости точного вычисления коэффициентов в условиях, когда традиционные методы могут быть неэффективными. Проводится обзор ключевых методов, включая уравнения Юла-Уокера, рекурсии Левинсона-Дурбина, метод Бёрга, применение последовательностей Слепиана для многооконного спектрального анализа. Рассматриваются стохастическая аппроксимация и алгоритм Роббинса-Монро. Рассмотрен стохастический градиентный спуск и алгоритм Сандлера, опубликованный в 2018 году. Указывается важность применения таких методов в задачах оптимального управления нелинейными процессами.

Авторегрессия, автокорреляция, последовательности Слепиана, многооконный спектральный анализ.

**The review of methods for calculating autoregressive coefficients
of autocorrelation nonlinear nonstationary processes**

Alina Mazhitovna Minitaeva, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
at the Department of Computer Systems and Networks,

Ivan Olegovich Mikhnyuk, Quantitative Analyst,
«Third Dimension Solutions doo», Belgrade, Republic of Serbia,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Bauman Mos-
cow State Technical University (National Research University)», Moscow

The article explores methods for calculating autoregression coefficients of arbitrary order for nonlinear non-stationary processes, emphasizing the need for accuracy when traditional methods may be ineffective. It reviews key methods, including Yule-Walker equations, Levinson-Durbin recursions, the Burg's method, and Slepian sequences for multi-window spectral analysis. It also considers stochastic approximation, the Robbins-Monro algorithm, stochastic gradient descent and Sandler's algorithm published at 2018, highlighting their importance in optimal control of nonlinear

processes.

Autoregression, autocorrelation, Slepian sequences, multitaper spectral analysis.

Введение

Пусть $\{Y_t\}$ – стохастический процесс с нулевым математическим ожиданием, а $\{Z_t\}$ – процесс авторегрессии порядка p ($AR(p)$ процесс), т.е.

$$Z_t = \alpha_1 Z_{t-1} + \alpha_2 Z_{t-2} + \dots + \alpha_p Z_{t-p} + Y_t. \quad (1)$$

Модели $AR(p)$ обычно считаются стационарными процессами второго порядка [1]. Коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ называются коэффициентами авторегрессии, вычисление которых является объектом исследования данной работы. Коэффициент α_p в модели $AR(p)$ называется коэффициентом частной автокорреляции. Уравнение (1) может вызывать аналогию между моделью $AR(p)$ и задачей регрессии, однако, вместо экзогенных переменных в правой части уравнения имеются запаздывающие значения эндогенной переменной.

Замечание 1. Можно использовать обозначение α_1^p для первого коэффициента автокорреляции в модели $AR(p)$. Так мы сможем отличить его от единственного коэффициента автокорреляции α_1^1 в процессе $AR(1)$. Будем использовать обозначение с двумя индексами, если порядок p неясен или меняется.

Коэффициент частной автокорреляции α_i^j представляет собой корреляцию между Z_t и Z_{t-k} с линейной зависимостью промежуточных членов, $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}$ которые удалены или выделены из модели. Идея частной корреляции была введена Юлом [2]. Это была новаторская работа, поскольку, как это часто бывает и в современных работах, она опиралась на регрессию.

Альтернативное обозначение $AR(p)$, часто используемое в технике [3]:

$$Z_t + \beta_1 Z_{t-1} + \beta_2 Z_{t-2} + \dots + \beta_p Z_{t-p} = Y_t, \quad (2)$$

где $\beta_i^p = -\alpha_i^p$.

1. Методы и материалы

Нелинейный нестационарный процесс является нестабильным, и не все процессы авторегрессии являются стационарными [4]. Если все корни полиноми-

ального уравнения $1 - \sum_{j=1}^p \alpha_1 z^{-j} = 0$ (где z – комплексное число) лежат внутри единичного круга комплексной плоскости, то процесс $AR(p)$ стационарен. В

данной работе основное внимание уделяется вычислению коэффициентов авто-регрессии и несмещенности их оценки без проверки стабильности, которую следует выполнять перед составлением прогноза нелинейного нестационарного процесса [5].

Автоковариационная последовательность (autocovariance sequence, ACVS) с задержкой τ определяется как:

$$\gamma_\tau = E \{ [Z_t - \mu][Z_{t-\tau} - \mu] \}, \quad (3)$$

где μ – математическое ожидание процесса $\{Z_t\}$, а задержка $\tau = 0, 1, \dots, N-1$.

Если $\tau = 0$, то γ_0 – это дисперсия. Последовательность автокорреляции определяется следующим образом:

$$\rho_\tau = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0}, \quad (4)$$

поэтому $\rho_0 = 1$. Для наглядности можно построить график выборочных коэффициентов автокорреляции с увеличением задержки τ , такой график называется коррелограмма.

Типичная смещенная оценка ACVS:

$$\hat{\gamma}_\tau^B = \frac{1}{N} \sum_{\tau=0}^{N-|\tau|} [Z_\tau - \bar{Z}][Z_{t+|\tau|} - \bar{Z}]. \quad (5)$$

Лемма 1. Если заменить \bar{Z} на μ и умножить на $\frac{N}{N-|\tau|}$, то получится несмещенная оценка; однако простое выполнение второй замены при использовании оценки $\hat{\gamma}_\tau^B$ не приведет к получению несмещенной оценки [6].

Лемма 2. Последовательность авторегрессии, задаваемая формулой (5), положительно определена тогда и только тогда, когда эндогенные переменные Z_1, Z_2, \dots, Z_N не полностью идентичны.

Замечание 2. Обычно вместо прямого вычисления ACVS в уравнении (5) используются быстрые преобразования Фурье (БПФ).

Мы будем исследовать и оценивать функцию спектральной плотности (или спектральную плотность мощности, СПМ), которая представляет собой преобразование Фурье ACVS,

$$S(f) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \gamma_\tau e^{-i2\pi f\tau}. \quad (6)$$

В уравнении (6) допустим $\tau \in \mathbb{Z}$, мы рассматриваем процесс с бесконечным прошлым и будущим. Частота $f \in [0, 1/2]$. Приведенное выше равенство

(6) верно только в среднеквадратическом смысле, но его можно рассматривать поточечно во всех практических приложениях.

Замечание 3. Последовательность функций $\{g_n\}$ сходится поточечно к функции g тогда и только тогда, когда $\lim_{n \rightarrow \infty} g_n(x) = g(x)$. На практике АСВС и спектр используются как пары преобразований Фурье. Тот факт, что автоковариации и функция спектральной плотности (или спектральная плотность мощности, СПМ) представляют собой пару преобразований Фурье, был впервые обнаружен в 1914 году [7], но не был доказан [8]. Он был независимо друг от друга переоткрыт Винером и Хинчиным в 1930-е годы [9-10].

2. Результаты и их обсуждения

Функция спектральной плотности описывает, как мощность сигнала распределена в зависимости от его частоты. Она показывает, сколько мощности приходится на каждый единичный интервал частоты. Спектральная плотность мощности измеряется в единицах мощности, деленных на частоту, что соответствует единицам энергии. При этом спектральная плотность энергии (СПЭ) описывает энергию сигнала на единицу ширины полосы пропускания и измеряется в Дж/Гц. А так как величина единичного интервала частоты обратно пропорционально шагу дискретизации, то имеем, что СПМ = СПЭ / шаг дискретизации.

Спектральная плотность мощности для стационарного процесса $AR(p)$ равна

$$S_{AR}(f) = \frac{\sigma_z^2}{\left| 1 - \sum_{j=1}^p \alpha_j e^{-i2\pi f j} \right|^2}, \quad (7)$$

для $|f| \leq 1/2$, когда $\Delta t = 1$. Обычно уравнение (7) рассчитывается с использованием БПФ.

Прямая спектральная оценка СПМ:

$$\hat{S}_D(f) = \Delta t \left| \sum_{t=1}^N h_t x_t e^{-i2\pi f t \Delta t} \right|^2, \quad (8)$$

где Δt – это изменение шага по времени t , h_t – оконная функция для сглаживания данных.

Положим $h_t = \sqrt{1/N}$, тогда прямая спектральная оценка становится так называемой периодограммой, которую обозначим как $\hat{S}(f)$. Необработанная периодограмма асимптотически не смещена, но в практических приложениях смещение может существовать даже при больших размерах выборки [11]. Кроме того, периодограмма является непоследовательной статистической оценкой, то есть дисперсия не уменьшается с увеличением размера выборки [12]. Можно по-

казать, что для реальных данных эта оценка имеет распределение χ^2_2 , когда $h_t = \sqrt{1/N}$ для всех частот, кроме $f = 0$ и $f = 1/2$, которые содержат только действительные значения и, следовательно, имеют распределение χ^2_1 [13].

Таким образом, периодограмма и смещенная оценка ACVS по уравнение (5) представляют собой пары преобразований Фурье $\{\hat{\gamma}_\tau^B\} \leftrightarrow \{\hat{S}(f)\}$.

Используем набор ортонормированных дискретных вытянутых сфероидальных последовательностей (discrete prolate spheroidal sequence, DPSS), также известных как последовательности Слепиана, в качестве оконных функций. Эти последовательности определяются как решения системы уравнений:

$$\sum_{t'=0}^{N-1} \frac{\sin[2\pi W(t-t')]}{\pi(t-t')} v_{t',k}(N,W) = \lambda_k(N,W) v_{t,k}(N,W) \quad (9)$$

для $t, t' = 0, 1, \dots, N-1$.

Эти последовательности являются аналогами реальных функций в дискретном времени, которые оптимально сконцентрированы по времени и частоте [14]. Параметр W представляет собой эффективную полосу пропускания, которая часто включается в параметр ширины полосы пропускания NW , а k представляет собой текущее окно. Обычно существует $k = 0, 1, \dots, K-1$ окон, где $K = 2NW$. Мы используем набор ортонормированных последовательностей

Слепиана при построении многооконной спектральной оценки. Если $\hat{S}_k(f)$ будет представлять прямую спектральную оценку в уравнении (8), сформированную с использованием последовательности Слепиана порядка k , то простейшая форма многооконной спектральной оценки будет выглядеть так:

$$\hat{S}^{(MT)} \equiv \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \hat{S}_k(f) \quad (10)$$

Отдельные оценки $\hat{S}_k(f)$ являются собственными спектрами, а усредненная оценка по уравнению (10) имеет распределение χ^2_{2K} для $f \neq 0$ и $f \neq 1/2$.

При использовании последовательностей Слепиана выбирается параметр пропускной способности времени NW , который в свою очередь, определяет W . Обычно параметр полосы пропускания задается в диапазоне от 2 до 6, при этом можно использовать нецелые значения [11]. Разумный выбор параметра полосы пропускания может позволить, например, разрешить гармонику меньшей мощности, которая в противном случае была бы замаскирована соседней гармоникой более высокой мощности.

На практике используется адаптивная взвешенная многооконная спек-

тральная оценка $\hat{S}^{(AMT)}(f)$, которая использует сложную схему взвешенного усреднения. Данная методика взвешивания, как правило, уменьшает влияние спектров более высоких порядков, которые характеризуются большим смещением [11]. Эта стратегия взвешенного усреднения приводит к дробной оценке числа степеней свободы на каждой частоте, которое обычно ниже значения $2K$, но может снижаться еще значительно. Было показано, что нет необходимости ограничиваться автоковариационной последовательностью, полученной из спектральных оценок без применения окон [19]; вместо этого могут быть использованы как прямые спектральные оценки, так и многооконные методы. В дальнейшем исследовании было установлено, что прямая спектральная оценка, основанная на последовательностях Слепиана при $NW = 2$, точно воспроизводит теоретические спектры для известного процесса $AR(4)$.

3. Уравнение Юла-Уокера

Решение системы уравнений Юла-Уокера является старейшим методом вычисления коэффициентов стационарного процесса $AR(p)$ с нулевым математическим ожиданием $E\{Zt\}=0$. Метод состоит из следующих шагов:

1. Установление стационарности процесса.
2. Умножение уравнения (1) на Y_{t-k} для $k = 1, 2, \dots, p$.
3. Вычисление ожидаемых значений

$$\gamma_k = \sum_{j=1}^p \phi_j \gamma_{k-j}, \forall k > 0. \quad (11)$$

Так как Y_{t-k} не коррелирует с шумом, возникающим после момента времени $t - k$, то математическое ожидание $E\{ZtY_{t-k}\} = 0$.

4. Составление СЛАУ (системы линейных алгебраических уравнений).

Так как $\gamma_{-j} = \gamma_j$, то СЛАУ Юла-Уокера выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \phi_1 \gamma_0 + \phi_2 \gamma_1 + \dots + \phi_p \gamma_{p-1} \\ \gamma_2 &= \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_0 + \dots + \phi_p \gamma_{p-2} \\ &\vdots \\ \gamma_p &= \phi_1 \gamma_{p-1} + \phi_2 \gamma_{p-2} + \dots + \phi_p \gamma_0 \end{aligned} \quad (12)$$

или в матричной форме:

$$\gamma_p = \Gamma_p \phi_p, \quad (13)$$

где

$$\gamma_p = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_p \end{pmatrix}, \phi_p = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{pmatrix}, \Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_0 & \dots & \gamma_{p-1} \\ \gamma_1 & \dots & \gamma_{p-2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{p-1} & \dots & \gamma_0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Для корректности процедуры симметричная матрица Тёплица Γ (диагонально-постоянная матрица, в которой одинаковые элементы расположены на всех диагоналях, параллельных главной, см. уравнение (14)) должна обладать свойством положительной определенности. В противном случае это приведет к некорректным результатам, например, к появлению отрицательных значений дисперсий прогнозируемых величин, что делает выводы бессмысленными. Поэтому в (5) мы будем использовать смещенную форму $\hat{\phi}_Z^B$. Если заменить $1/N$ на $\frac{1}{N-\tau}$, то несмещенные оценки уже не будут положительно определены. Однако, если корреляции являются преобразованиями Фурье положительного спектра, то они гарантированно неотрицательно определены согласно теореме Бохнера-Хинчина.

5. Получение оценки:

$$\phi_p = \Gamma_p^{-1} \gamma_p. \quad (15)$$

Что дает нам оценку дисперсии члена белого шума в уравнении (1):

$$\sigma_Z^2 = \gamma_0 - \phi_p^T \gamma_p. \quad (16)$$

6. Применение метода моментов и оценки $\hat{\gamma}^B$ из уравнения (5) для вычисления оценки $\hat{\gamma}_p$ в уравнениях (15) и (16). Эти уравнения принимают вид:

$$\begin{aligned} \phi_p &= \hat{\Gamma}_p^{-1} \hat{\gamma}_p, \\ \hat{\sigma}_Z^2 &= \hat{\gamma}_0 - \hat{\phi}_p^T \hat{\gamma}_p. \end{aligned} \quad (17)$$

Заметим, что вектор γ_p представляет собой коэффициенты автокорреляции ϕ_j для процесса $AR(p)$.

СЛАУ Юла-Уокера может быть решена с помощью инверсии матрицы, но, как правило, решается с помощью рекурсий Левинсона-Дурбина, которые связаны с модифицированным разложением Холецкого (нижняя треугольная матрица). Исходный код численного метода должен быть написан аккуратно, и требуется 64-битная арифметика с плавающей запятой, чтобы избежать потерь точности.

4. Рекурсии Левинсона-Дурбина

Пусть W_{ij} (где $j \geq i$) будет оператором извлечения подвектора:

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{pmatrix}, \quad W_{i,j} v = \begin{pmatrix} v_i \\ v_{i+1} \\ \vdots \\ v_j \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где $1 \leq i \leq j \leq N$.

Предсказание на один шаг процесса $AR(p)$ несмещенной оценкой:

$$\tilde{X}_{N+1}(p) = \phi_1 X_N + \phi_2 X_{N-1} + \dots + \phi_p X_{N-(p-1)}. \quad (19)$$

В матричной записи:

$$\vec{X}_{N+1}(p) = \phi_p^T X_p,$$

где $X_p = W_{N-(p-1),N} X$; X_p – подвектор из последних p элементов вектора

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \end{pmatrix}.$$

Среднеквадратичная ошибка предсказания на один шаг [15]:

$$P_{N+1} = E\{(\vec{X}_{N+1}(p) - X_{N+1})^2\} = \gamma(0) - \gamma_p^T \Gamma_p^{-1} \gamma_p. \quad (20)$$

4.1. Алгоритм Левинсона-Дурбина

Условия выхода из рекурсии:

$$\phi_{0,0} = 0, \quad P_1 = \gamma(0). \quad (21)$$

Коэффициенты частной автокорреляции [15]:

$$\phi_{n,n} = \frac{P_n - \sum_{k=1}^{n-1} \phi_{n-1,k} P_{n-k}}{1 - \sum_{k=1}^{n-1} \phi_{n-1,k} P_k}. \quad (22)$$

Среднеквадратичная ошибка предсказания на один шаг [16]:

$$P_{n+1} = P_n (1 - \phi_{n,n}^2). \quad (23)$$

Коэффициенты автокорреляции при $n \geq 2$:

$$\phi_{n,k} = \phi_{n-1,k} - \phi_{n,n} \phi_{n-1,n-k} \quad \text{для } k = 1, 2, \dots, n-1. \quad (24)$$

5. Метод Берга

Метод Берга также является методом решения системы уравнений Юла-Уокера с тем отличием, что он фокусируется на прямом вычислении коэффициентов частичной автокорреляции, но без использования оценки $\hat{\gamma}_\tau$. Метод Берга фокусируется на минимизации ошибки в оценках прогноза на один шаг вперед и прогноза на один шаг назад [17]. Исследования показывают, что метод Берга значительно эффективнее рекурсий Левинсона-Дурбина при использовании стандартной смещенной оценки $\hat{\gamma}_\tau^B$, но он ненамного эффективнее при использовании версии многооконной спектральной оценки. Оценка Берга не лишена своих недостатков, таких как расщепление линий [20].

Запишем ошибку предсказания на один шаг вперед AR(p) из выражения (19):

$$\bar{\varepsilon}_t(p) = X_t - \vec{X}_t(p). \quad (25)$$

Лучшая линейная оценка коэффициентов авторегрессии на один шаг назад:

$$\bar{X}_{N+1}(p) = \phi_1 X_{t+1} + \phi_2 X_{t+2} + \dots + \phi_p X_{t+p}. \quad (26)$$

Ошибка оценки на один шаг назад:

$$\bar{\varepsilon}_t(p) = X_t - \bar{X}_t(p) \quad (27)$$

Пусть Θ – оператор циклического сдвига вектора

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{pmatrix}, \quad \Theta v = \begin{pmatrix} v_N \\ v_1 \\ \vdots \\ v_{N-1} \end{pmatrix}.$$

Введем вектор длиной $N+p$:

$$\bar{e}(0) = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{e}(0) = \Theta \bar{e}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_N \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

5.1. Оценка Берга

Мы определили дисперсию $\tilde{\sigma}_0^2 = \hat{\gamma}_0^B$, теперь для $k=1, 2, \dots, p$ рекурсивно вычисляем коэффициенты автокорреляции:

$$\tilde{\phi}_{k,k} = \frac{2(W_{k+1,N} \bar{e}(k-1) \times W_{k+1,N} \bar{e}(k-1))}{\|W_{k+1,N} \bar{e}(k-1)\|^2 + \|W_{k+1,N} \bar{e}(k-1)\|^2}. \quad (28)$$

$$\tilde{\sigma}_k^2 = \tilde{\sigma}_{k-1}^2 (1 - \tilde{\phi}_{k,k}^2),$$

$$\bar{e}(k) = \bar{e}(k-1) - \tilde{\phi}_{k,k} \bar{e}(k-1),$$

$$e(k) = \Theta(\bar{e}(k-1) - \tilde{\phi}_{k,k} \bar{e}(k-1)),$$

где $u_1 \times u_2$ обозначает векторное произведение двух векторов u_1, u_2 и $\|v\|^2$ обозначает квадрат нормы вектора v .

Оценка Берга $\tilde{\phi}_{k,k}$ отличается от оценки Юла-Уокера $\hat{\phi}_{k,k}$ из уравнения (17). Ключевым моментом оценки Бёрга является то, что оценка автоковариационной последовательности $\hat{\gamma}_\tau^B$ для $\tau > 0$ больше не требуется, тогда как для уравнений Юла-Уокера оценка автоковариационной последовательности требу-

ется для целых значений $\tau \leq p$.

6. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание

Стохастическая аппроксимация была в 1951 г. описана Г. Роббинсом и С. Монро, которые предложили рекуррентный алгоритм [21] отыскания корня уравнения регрессии.

Алгоритм Роббинса-Монро задаётся формулой: $x_{k+i} = X_k + a_k (y_k - a)$. Стохастический градиентный спуск является развитием идеи стохастической аппроксимации [22], метод впоследствии дал развитие машинному обучению модели перцептрона Ф. Розенблатта, способного решать задачи регрессии [23].

В работе [24] в 2018 г. было показано, что рекуррентное оценивание коэффициентов авторегрессии состоятельно с помощью стохастического градиентного алгоритма.

6.1. Алгоритм Сандлера

Рекурсия Сандлера для оценки вектора коэффициентов $\begin{pmatrix} \hat{b}_i(n) \\ \hat{a}_i(n) \end{pmatrix}$:

$$\left| \hat{b}_{i+1}(n) \right| = \left| \hat{b}_i(n) \right| - \alpha_i \Delta_{|b(n)|} \left[\frac{\left(y_{i+1}^{(n)} - \left| \hat{b}_i(n) \right|^T |Y_{\tau_{nk}}(i+1)| \right)^2}{\omega(\hat{b}_i(n))} \right],$$

где

$$\omega(\hat{b}_i(n)) = 1 + \gamma^{(n)} + b(n) \frac{\bar{H}_{\xi_1}^{(n)}}{(\sigma_1^{(n)})^2} (n) b(n)^T - 2 \frac{h_{\xi_1}(n)}{(\sigma_1^{(n)})^2} b(n),$$

последовательность α_i такая, что:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i = \infty, \alpha_i \geq \alpha_{i+1}, \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i^t < \infty, t > 1, \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \xi_1^{(l)}(i) < \infty.$$

Стохастический градиентный алгоритм Сандлера показывает высокую скорость сходимости и точность оценки коэффициентов авторегрессии произвольного порядка [24].

Заключение

Модели авторегрессии считают полезными для предварительного анализа данных, но неподходящими для использования в спектральной оценке в физических науках [25]. Авторегрессию высоких порядков, в частности $AR(10)$, мы используем в своем многомодельном подходе к прогнозированию нелинейных нестационарных процессов в задачах оптимального управления [26-28].

Литература

1. Chatfield C. The Analysis of Time Series: An Introduction. New York: Chapman and Hall / CRC Press. 2003. 352 p. P. 43-44.

2. Yule G.U. On the Significance of Bravais' Formulae for Regression, &c., in the Case of Skew Correlation // *Proceedings of the Royal Society of London*. 1896. Vol. 60 P. 477-489. DOI: 10.1098/rsp1.1896.0075.
3. Priestley M.B. *Spectral Analysis and Time Series*. New York: Academic Press. 1981. 890 p.
4. Box G.E.P., Jenkins G.M., Reinsel G.C. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 3rd Edition. Englewood Cliff: Prentice Hall, 1994. 592 p. P. 10.
5. Chatfield C. *The Analysis of Time Series: An Introduction*. New York: Chapman and Hall / CRC Press. 2003. 352 p. P. 262-264.
6. Carey S., Bartlett E. Acquiring a Single New Word // *Proceedings of the Stanford Child Language Conference*. 1978. Vol. 15. P. 17-29.
7. Einstein A. Method for the determination of the statistical values of observations concerning quantities subject to irregular fluctuations // *Archives des sciences physiques et naturelles*. 1914. Vol. 37. P. 254-256.
8. Yaglom A.M. Correlation Theory of Processes with Random Stationary nth Increments // *AMS Translation*. 1958. Vol. 2. № 8. P. 87-141.
9. Paley R., Wiener N. *Fourier Transforms in the Complex Domain*. Providence: American Mathematical Society, 1934. 184 p.
10. Хинчин А.Я. Теория корреляции стационарных стохастических процессов // *УМН*. 1938. № 5. С. 42-51.
11. Thomson D.J. Spectrum Estimation and Harmonic Analysis // *Proceedings of the IEEE*. 1982. Vol. 70(9). P. 1055-1096. DOI: 10.1109/PROC.1982.12433.
12. Rayleigh L. On the spectrum of an irregular disturbance // *Philos. Mag*. 1903. № 41. P. 238-243.
13. Blackman R.B., Tukey J.W. *The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communications Engineering*. New York: Dover Publications, 1959. 190 p.
14. Slepian D. Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty – V: The Discrete Case // *Bell System Technical Journal*. 1978. Vol. 57(5). P. 1371-1430. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1978.tb02104.x.
15. Shumway R.H., Stoffer D.S. *Time Series Analysis and Its Applications*. 2nd Edition. New York: Springer, 2006. 588 p. P. 112.
16. Durbin J. The Fitting of Time Series Models // *Revue de l'Institut International de Statistique. Review of the International Statistics*. 1960. Vol. 28. № 3. P. 233-244.
17. Burg J.P. Maximum Entropy Spectral Analysis // *Proceedings of 37th Meeting, Society of Exploration Geophysics*. 1967.
18. Yule G.U. On the Theory of Correlation for any Number of Variables, Treated by a New System of Notation // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1907. Vol. 79(529). P. 182-193. DOI: 10.1098/rspa.1907.0028.
19. Thomson D.J. Spectrum Estimation Techniques for Characterization and Development of WT4 Waveguide – I // *The Bell System Technical Journal*. 1977. Vol. 56(9). P. 1769-1815. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1977.tb00591.x.

20. Ulrych T.J., Clayton R.W. Time series modelling and maximum entropy // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 1976. Vol. 12. P. 188-200. DOI: 10.1016/0031-9201(76)90047-9.
21. Robbins H., Monro S. A Stochastic Approximation Method // *The Annals of Mathematical Statistics*. Vol. 22. P. 400-407. DOI: 10.1214/aoms/1177729586.
22. Kiefer J., Wolfowitz J. Stochastic Estimation of the Maximum of a Regression Function. 1952 // *The Annals of Mathematical Statistics*. Vol. 23(3). P. 462-466. DOI: 10.1214/aoms/1177729392.
23. Rosenblatt F. The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain // *Psychological Review*. 1958 Vol. 65(6). P. 386-408. DOI: 10.1037/H0042519.
24. Сандлер И.Л. Рекуррентное моделирование авторегрессии многомерных по входу и выходу разного порядка линейных дискретных динамических систем при наличии автокоррелированных помех в выходных сигналах // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*. 2018. № 1. С. 26-34.
25. Шайхутдинов А.А. Методы и аспекты прогнозного моделирования нелинейных нестационарных процессов // *Информационно-технологический вестник*. 2024. Т. 40. № 2.
26. Минитаева А.М. Многомодельный подход к прогнозированию нелинейных нестационарных процессов в задачах оптимального управления // *Необратимые процессы в природе и технике. Труды 12 Всероссийской конференции*. В 2-х томах. Москва, 2023. Т. 1. С. 438-447.
27. Минитаева А.М. Многомодельный подход к прогнозированию нелинейных нестационарных процессов в задачах оптимального управления // *Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. Сборник трудов Международной научной конференции*. Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2023. С. 1564-1571.
28. Minitaeva A.M. Multimodel Approach to Forecasting Nonlinear Nonstationary Processes in Optimal Control Problems // *Proceedings of the 2024 6th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering*. 2024. DOI: 10.1109/REEPE60449.2024.10479796.

УДК 303.732.4, 530.12, 514.7, 517.986, 530.1

Расширенные комплексные матрица метрического тензора и пространство Минковского для систем любой природы

Артур Анисович Шайхутдинов, руководитель проекта,

ООО «Феникс», г. Москва,

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», г. Москва

В статье рассматривается расширение пространства Минковского с использованием комплексного исчисления и экстраполяцией метрического тензора на измерения более широкой сигнатуры. Исследуется введение нового измерения скорости, ортогонального времени и пространству, и гипотеза их замкнутости. Формулируется подход к созданию единой теории происхождения измерений, частиц и Вселенной, обсуждаются математические доказательства, связанные с топологией и динамикой, и их физическая интерпретация. Показано, что построенная математическая модель хорошо подходит для обобщения систем любой природы.

Системный анализ, пространство Минковского, метрический тензор, комплексное исчисление, гипотеза Пуанкаре, колмогоровское количество информации, теория всего.

Extended complex metric tensor matrix and Minkowski space for systems of any nature

Artur Anisovich Shaikhutdinov, project manager,

Fenix LLC, Moscow,

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Bauman Moscow State Technical University (National Research University)», Moscow

The article explores the extension of Minkowski space using complex calculus and the extrapolation of the metric tensor to dimensions with a broader signature. It investigates the introduction of a new dimension for velocity, orthogonal to time and space, and the hypothesis of their closure. An approach to creating a unified theory of the origin of dimensions, particles, and the universe is formulated, with discussions on mathematical proofs related to topology and dynamics, as well as their physical interpretation. It is shown that the constructed mathematical model is well suited for generalizing systems of any nature.

System analysis, Minkowski space, metric tensor, complex calculus, Poincare hypothesis, Kolmogorov quantity of information, theory of everything.

Введение

В специальной теории относительности [3] принята геометрическая интерпретация пространственно-временного континуума в виде четырехмерного псевдоевклидова пространства с сигнатурой $(1, 3)$ – более высокой по одному из направлений, чем у метрического тензора трехмерного евклидова пространства $(0, 3)$ – называемого пространством Минковского [11]. Инвариант в виде интервала в нем выражается через метрику континуума квадратом пространственно-временного расстояния:

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j. \quad (1)$$

где g_{ij} – элементы матрицы метрического тензора, которая в инерциальной системе отсчета имеет вид:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

x^1, x^2, \dots, x^n – локальные координаты (измерения).

В матрице (2) первый столбец (и первая строка) соответствует одному временному измерению, остальные – трем пространственным. Чтобы в ней отличить временное измерение от пространственных локальную координату времени в (1) обычно записывают, как x^0 , имея в виду, что $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$ соответствуют трем пространственным измерениям, а $x^0 = t$ – одному временному.

Для матрицы (2) формула (1) записывается в виде:

$$s^2 = c^2(t_1 - t_0)^2 - (x_1 - x_0)^2 - (y_1 - y_0)^2 - (z_1 - z_0)^2, \quad (3)$$

где $c = \text{const}$ – это константа скорости света, t – время, x, y, z – декартовы координаты евклидова пространства.

Так как x, y, z – это координаты пространства R^3 , в котором их вектор $\vec{r} = (x, y, z)$ имеет длину $|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, используют также компактную запись матрицы метрического тензора:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

которая имеет сигнатуру $(1, 1)$ и квадратичную форму сигнатуры $(1, -1)$.

Допустима компактная запись инварианта (3) в виде:

$$ds^2 = d(c^2 t^2) - dr^2, \quad (5)$$

где можно нормализовать время, поделив его на константу c , или произведя замену $\tau = ct$. Тогда выражение (5) записывается формулой:

$$ds^2 = d\tau^2 - dr^2. \quad (6)$$

Отметим также, что в (2) и (4) допустима замена 1 на -1 (и -1 на 1), квадратичные формы сигнатуры $(1, -1)$ и $(-1, 1)$ с точностью до знака равнозначны

для пространства и времени.

Геометрически пространство координаты τ (и t) является ортогональным дополнением к пространству векторной координаты r . Ортогональное дополнение подпространства R^3 векторного четырехмерного псевдоевклидова пространства-времени, включающего также одномерное подпространство времени T , – это и есть подпространство времени: $R^3 = T^\perp$. В данной статье мы доказали гипотезу возможности экстраполировать такую ортогональность измерений с целью попытки объяснения их происхождения, расширив метрический тензор и пространство Минковского с помощью комплексного исчисления.

Отдельно следует отметить, что матрицы метрического тензора (2) и (4) соответствуют инерциальным системам отсчета, и далее мы будем рассматривать прямолинейное равномерное движение, которое в действительности может являться криволинейным и неравномерным. Однако, выстраиваемая математическая модель будет опираться на моментальные значения скорости v и других физических величин, поэтому дальнейший учет в ней ускорения тоже будет допустим, т.к. по определению тензора для метрического тензора всегда задан закон преобразования координат [24].

Векторное произведение единичных ортогональных векторов

В трехмерном евклидовом пространстве векторное произведение двух векторов представляет собой вектор, ортогональный каждому из перемножаемых векторов (рис. 1).

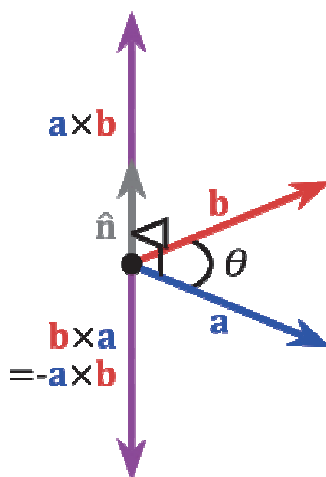


Рисунок 1 – Векторное произведение векторов

Если $|a| = |b| = |c| = 1$ и $\vec{a} \perp \vec{b} \perp \vec{c} \perp \vec{a}$, то:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b} \times \vec{c} \Leftrightarrow \vec{b} = \vec{c} \times \vec{a}, \quad (7)$$

где все три вектора имеют единичную длину и ортогональны друг другу. Каждый вектор при этом может иметь свою единицу измерения в физическом смысле.

Например, для световой волны (фотона), распространяющейся (прямолинейно двигающегося) в евклидовом пространстве, векторы скорости распространения фронта волны (скорости света), электрической и магнитной индукции ортогональны друг другу [12] (рис. 2).

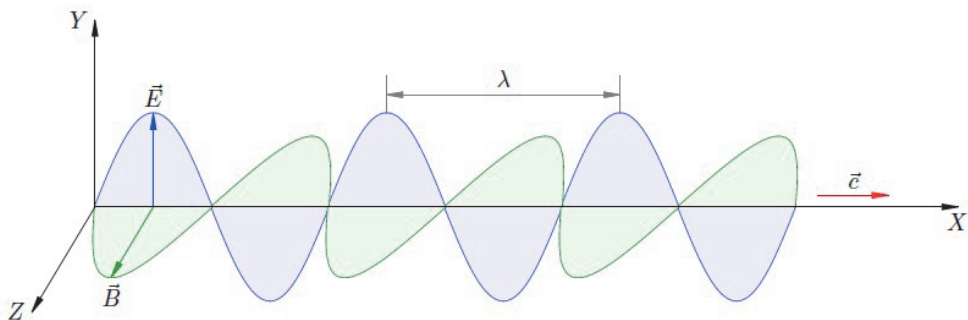


Рисунок 2 – Электромагнитная волна

При этом векторы скорости света, электрической и магнитной индукции принадлежат евклидову пространству [12]: $\{\vec{E}, \vec{B}, \vec{c}\} \subset R^3$.

Если нормализовать все три этих вектора до единичной длины $(\vec{e}, \vec{b}, \vec{c})$, то векторное произведение каждого двух из них соответствует физической интерпретации (электромагнитной теории). Аналогично выражению (7) можно записать:

$$\vec{c} = \vec{e} \times \vec{b} \Leftrightarrow \vec{e} = \vec{b} \times \vec{c} \Leftrightarrow \vec{b} = \vec{c} \times \vec{e}. \quad (8)$$

Далее, как показали выше, мы будем работать со скалярными физическими величинами, как с векторными (как с координатными векторами), имея в виду их нормализацию до единичной длины координатного вектора и принадлежность континууму с более широкой сигнатурой и метрическим тензором более широкого ранга, потому что их векторизация невозможна в евклидовом пространстве R^3 с сигнатурой $(0, 3)$ и псевдоевклидовом пространстве-времени с сигнатурой $(1, 3)$.

Комплексное исчисление для расширенного пространства Минковского

Заметим, что в (2) и (4) квадрат отрицательного элемента равен положительному $(-1)^2 = 1$, а в комплексном исчислении $i^2 = -1$ для комплексной плоскости и $j^2 = -i$ для комплексного трехмерного пространства.

Так как степени мнимой единицы i повторяются в цикле с периодом 4, а степени j – в цикле с периодом 8, мы можем комплексно расширить матрицу метрического тензора (4) в виде:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & (-1)^2 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

до размерности 4×4 для расширенного пространства Минковского, применив метод математической индукции:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

или в виде квадратичной формы сигнатуры $(i, -1, -i, 1)$,

и до размерности 8×8 для расширенного пространства Минковского в виде квадратичной формы сигнатуры:

$$(j, -i, -ij, -1, -j, i, ij, 1). \quad (11)$$

В расширенном пространстве по матрице метрического тензора (10) при этом измерении, которые соответствуют соседним столбцам (например, с элементами i и -1), соотносятся друг с другом, как соотносятся в физике пространство и время – измерения, соответствующие соседним столбцам (с элементами -1 и 1) в матрице метрического тензора (9).

Матрица метрического тензора (9) при этом диагонально и по вертикальным/горизонтальным индексам замкнута сама на себя, т.к. степени -1 повторяются в цикле с периодом 2. Левый крайний столбец считается соседним правому крайнему. Первая строка считается соседней с последней строкой. Применяя аналогичную логику к матрице метрического тензора (10) и квадратичной форме сигнатуры (11), можно утверждать и об их замкнутости на себя.

Сигнатура расширенных комплексных матрицы метрического тензора и пространства Минковского

Сигнатура $(1, 1)$ матриц метрического тензора (4) и (9) обозначает пространство с 1 временным и 1 пространственным измерением и с квадратичной формой сигнатуры $(1, -1)$ в (4) и $(-1, 1)$ в (9). Такая сигнатура $(1, 1)$ характерна для двумерного пространства-времени (например, для упрощённых моделей в теории относительности [26]), где есть одно временное измерение (элемент 1 в матрице метрического тензора и квадратичной форме сигнатуры) и одно пространственное (элемент -1 в матрице метрического тензора и квадратичной форме сигнатуры).

В матрице метрического тензора (10) мы добавили еще 2 измерения, которым соответствуют комплексные элементы $i, -i$. В таком случае повышение ранга метрического тензора увеличением одного или обоих из двух чисел в сигнатуре перестает быть возможным, потому что мы добавили измерения, пространство которых является ортогональным дополнением к пространству измерений пространства R и времени $T = R^\perp$ по матрицам (4) и (9), а не новые временные или пространственные измерения для подпространств T и R .

Тогда для квадратичной формы сигнатуры $(i, -1, -i, 1)$ сигнатура будет записываться, как более широкая $(1, 1, 1, 1)$, где первые два элемента соответствуют двум вещественным направлениям, а третий и четвертый элементы – двум мнимым.

И для квадратичной формы сигнатуры $(j, -i, -ij, -l, -j, i, ij, l)$ сигнатура будет записываться, как еще более широкая (l, l, l, l, l, l, l, l) , где первые два элемента соответствуют двум вещественным направлениям, третий и четвертый элементы – двум первым мнимым $(i, -i)$, пятый и шестой элементы – двум вторым мнимым $(j, -j)$, а седьмой и восьмой – их комбинациям $(ij, -ij)$.

Цель данной работы состоит в обобщении математической модели измерений, поэтому к каждому измерению должен быть единый подход без акцента на природу мнимых или вещественных чисел. Наш подход к записи сигнатуры, который уравнивает все направления и описывает их в виде (l, l, l, l) для четырехмерного случая и (l, l, l, l, l, l, l, l) для восьмимерного случая, соответствует выбранной цели. Это позволяет рассматривать все измерения на равных, не выделяя природу коэффициентов, что может быть полезно для построения обобщенной математической модели.

Такая запись подчеркивает равноправие всех измерений в модели, что важно для создания универсальной теории, объединяющей все физические явления в рамках единого математического описания.

Гиперплоскость одновременности и мировая линия

Мировая линия – это путь (в топологическом смысле) частицы в четырехмерном пространственно-временном континууме. На рисунке 3 три разные мировые линии изображают путешествие с тремя разными постоянными скоростями в пространстве-времени с одномерным пространством x .

Угол наклона каждой линии на рисунке 3 соответствует скорости v объекта в скалярном выражении. Путь (*равномерное движение*) по мировой линии на рисунке 3 измеряется с помощью скалярного значения скорости $v = dx/dt$ или $v = dr/dt$ в наших обозначениях. Каждому значению времени t соответствует свое значение пространственной координаты x (или r). При этом скорость v ограничена сверху максимальным значением – скоростью света c .

На рисунке 4 показаны мировая линия (слева), мировой лист (в центре) и мировой объем (справа) для частиц, струн/суперструн и бран соответственно.

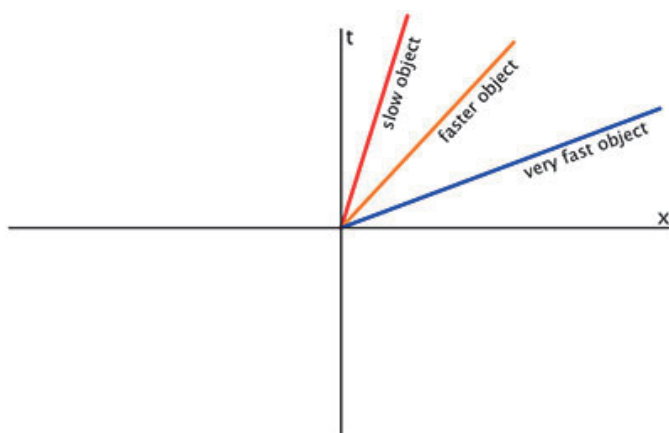


Рисунок 3 – Мировые линии в пространстве-времени с одномерным пространством x

Гиперплоскостью одновременности для четырехмерного пространства времени называют евклидово подпространство R^3 пространственно-временного континуума в определенный момент времени t .

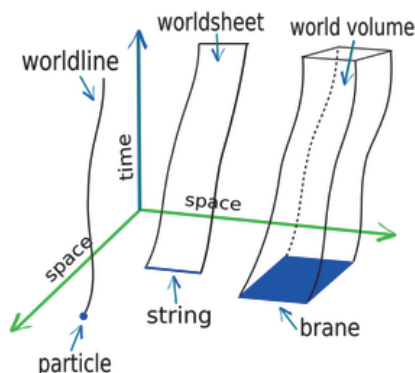


Рисунок 4 – Мировая линия, мировой лист и мировой объём в пространстве-времени с двухмерным пространством $space^2$

Путь по мировой линии измеряется с помощью интервала по формулам (1), (3), (5) и (6), которые используют значения элементов матриц метрического тензора (2), (4) и (9).

Теперь мы можем измерять путь четырехмерного пространства времени в расширенном пространстве Минковского с матрицей метрического тензора (10). На рисунке 5 показано новое ортогональное и пространству, и времени измерение h .

Далее мы покажем, что h – это измерение скорости, и в действительности скорость – это не вектор в евклидовом пространстве R^3 , коллинеарный вектору пути для равномерного прямолинейного движения (как мы привыкли считать в ньютоновской механике и специальной теории относительности [3,26]), а координатный вектор-измерение, который лежит в этом континууме с более широкой сигнатурой $(1,3,1)$, чем у четырехмерного пространственно-временного континуума $(1,3)$.

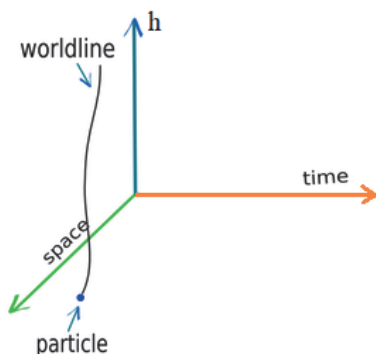


Рисунок 5 – Мировая линия в континууме с более широкой сигнатурой

Определение 1. Назовем *гиперкубом односкоростности* «плоскость» space-time на рисунке 5, подразумевая $space = R^3$. Каждому значению h соответствует свое значение-состояние пространства-времени.

Механика, динамика, гравитация и топология в расширенном пространстве Минковского

Метрический тензор одномерного пространства без времени – это симметричное тензорное поле ранга $(0,1)$ на гладком многообразии, его матрица $\hat{g} = (1)$ является подматрицей – вырезанным элементом на пересечении второго столбца и второй строки матрицы метрического тензора (9).

Метрический тензор двухмерного пространства-времени – это симметричное тензорное поле ранга $(1,1)$ на гладком многообразии, его матрица является подматрицей – вырезанными элементами на пересечении второго и четвертого столбцов и второй и четвертой строк матрицы метрического тензора (10).

Пусть в (10) второму и четвертому столбцам со значениями -1 и 1 соответствуют измерения пространства и времени:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} & \vec{r} & & \vec{t} \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

а одному из столбцов с пропущенными заголовками соответствует измерение \vec{h} . Сигнатура матрицы метрического тензора (12) имеет вид $(1,1,1,1)$ или $(1,3,1,1)$, если расширить r в 3 пространственных измерения.

Определение 2. *Равносечным течением* времени назовем аналогичное рисунку 3 изменение времени по оси h в координатах h и t , как изменение координаты x (или r) – называется *равномерным движением* ($dt/dh=const$) по (вдоль) оси t на рисунке 3 в координатах t и x ($dx/dt=dr/dt=v=const$).

Теорема 1. Путь частицы по мировой линии пространства-времени в континууме с более широкой сигнатурой лежит вдоль оси координатного вектора скорости \vec{v} , ортогонального координатным векторам времени \vec{t} и пространства \vec{r} , а мера *равносечного течения* времени определяется скалярным значением пространственной координаты частицы в пространстве.

Доказательство. Так как для равномерного прямолинейного движения в скалярном выражении $r=vt$, запишем векторное произведение, как мы показали это геометрически допустимым в выражении (8):

$$\vec{r} = \vec{v} \times \vec{t}, \quad (13)$$

где \vec{r} – координатный вектор пространства, \vec{v} – координатный вектор скорости, \vec{t} – координатный вектор времени.

На рисунке 5 для координатных векторов единичной длины с точностью

до знака минус (которую можно устранить, развернув на рисунке 5 ось h в обратном направлении):

$$\overrightarrow{space} = \vec{h} \times \overrightarrow{time}. \quad (14)$$

где \overrightarrow{space} – координатный вектор пространства, \vec{h} – координатный вектор добавленного нами измерения h , \overrightarrow{time} – координатный вектор времени.

Так как $\overrightarrow{space} = \vec{r}$ и $\overrightarrow{time} = \vec{t}$, из (13) и (14) получаем $\vec{h} = \vec{v}$.

Выражение (14), как мы показали в (8), равносильно выражению $\overrightarrow{time} = \overrightarrow{space} \times \vec{h} = \overrightarrow{space} \times \vec{v}$ или в скалярном выражении $t = rv$ (что не имеет физического смысла в классическом пространстве-времени Минковского – пространстве с более узкой сигнатурой, чем мы рассматриваем), то есть $r = dt/dv$ – пространственная координата r частицы в пространстве – определяет меру *равносечного течения* времени вдоль оси $\vec{v} = \vec{h}$ точно так же, как и сама скорость $v = dr/dt$ определяет меру *равномерного движения*.

Аналогично теореме 1 можно показать, что и время определяет меру изменения скорости по пространственной координате $t = dv/dr$ (рис. 6).

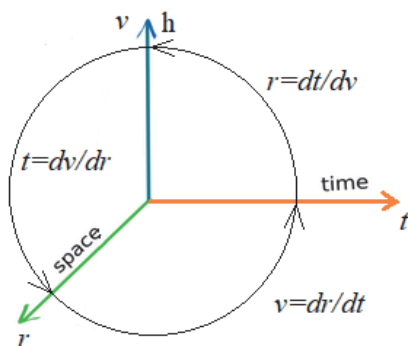


Рисунок 6 – Соотношения между измерениями пространства, скорости, времени

Так как матрица метрического тензора (10), как мы говорили выше, по вертикальным/горизонтальным индексам замкнута сама на себя, то не важно, какому из столбцов с пропущенными заголовками поставить в соответствие измерение скорости v (в любом случае этот столбец окажется между столбцами для пространства r и времени t). Пусть это будет третий столбец, а первый столбец соответствует некоему базовому измерению, координатный вектор которого обозначим $\vec{1}$ (единица со знаком вектора):

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} \vec{1} & \vec{r} & \vec{v} & \vec{t} \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Любое одномерное пространство (одно измерение) является связным, односвязным, компактным многообразием без края.

Гипотеза Пуанкаре, сформулированная в 1904 г., в 2002-2003 гг. была доказана Григорием Перельманом [13-15] и в 2006 г. подтверждена математическим сообществом: «Всякое связное, односвязное, компактное трехмерное многообразие без края гомеоморфно сфере S^3 ».

Следствиями доказательства гипотезы Пуанкаре являются замкнутость евклидова пространства R^3 на себя и возможность утверждать замкнутость любого одномерного пространства (одного измерения) на себя. Таким образом, окружность на рисунке 6 может иллюстрировать четвертое измерение $\vec{1}$, и так же можно замкнуть в окружности измерения r , v , t . Эти окружности имеют конечный размер (длину окружности и/или диаметр) в пространстве еще более широкого ранга, чем мы рассматриваем.

Чем, например, геометрически объясняется наличие ограничения сверху физической величины скорости максимальным значением в виде скорости света c . Также физиками и астрономами с помощью данных, полученных спутником «Планк», определена масса Вселенной [17] – ограничение сверху физической величины массы m максимальным значением, часть которого составляет т.н. *темная материя*, не участвующая в электромагнитном взаимодействии и поэтому недоступная прямому наблюдению (понятие исторически связано с проблемой скрытой массы [21]). Доказательством Перельмана гипотезы Пуанкаре математически подтверждается ограничение сверху физической величины пространственного расстояния r максимальным значением – экспериментально это можно подтвердить лишь «кругосветным путешествием» (аналогичным эксперименту Фернана Магеллана для поверхности Земли [16]) по Вселенной, направив космический зонд в космос таким образом, чтобы он двигался по прямой даже в искривленном гравитацией пространстве-времени, несмотря на гравитационные помехи, и через некоторое время пронаблюдав его возвращение к Земле со стороны, обратной первоначальному направлению.

Запишем физические формулы механики, динамики и гравитационного потенциала [12] в виде векторных произведений, как мы показали возможным в выражении (8), под каждой физической величиной подразумевая отдельное измерение:

$$\vec{v} = \vec{a} \times \vec{t}, \quad (16)$$

где \vec{v} – координатный вектор измерения скорости, \vec{a} – координатный вектор измерения ускорения, \vec{t} – координатный вектор измерения времени.

$$\vec{r} = \vec{v} \times \vec{t}, \quad (17)$$

где \vec{r} – координатный вектор измерения расстояния (пространства), \vec{v} – координатный вектор измерения скорости, \vec{t} – координатный вектор измерения времени.

$$\vec{F} = -\vec{\Pi} \times \vec{r}, \quad (18)$$

где \vec{F} – координатный вектор измерения силы гравитации, $\vec{\Pi}$ – координатный вектор измерения гравитационного потенциала, \vec{r} – координатный вектор измерения расстояния (пространства).

$$\vec{F} = \vec{m} \times \vec{a}, \quad (19)$$

где \vec{F} – координатный вектор измерения силы, \vec{m} – координатный вектор измерения массы, \vec{a} – координатный вектор измерения ускорения.

$$\vec{p} = \vec{m} \times \vec{v}, \quad (20)$$

где \vec{p} – координатный вектор измерения импульса, \vec{m} – координатный вектор измерения массы, \vec{v} – координатный вектор измерения скорости.

$$\vec{I} = \vec{\Pi} \times \vec{r}, \quad (21)$$

где \vec{I} – координатный вектор измерения безразмерной в классическом пространстве Минковского и классической гравитационной теории величины, $\vec{\Pi}$ – координатный вектор гравитационного потенциала, \vec{r} – координатный вектор измерения расстояния (пространства).

В формулах (16)-(21) каждые три физических величины представляют собой отдельные взаимортогональные измерения, которые можно рассматривать в пространствах R^3 (каждую формулу в своем).

Теорема 2. В матрице метрического тензора (15) $\vec{I} = \vec{m}$.

Доказательство. Из (16) и (17):

$$\vec{r} = \vec{a} \times \vec{t} \times \vec{t} = \vec{a} \times \vec{t}^2. \quad (22)$$

Из (18) и (22):

$$\vec{F} = -\vec{\Pi} \times \vec{r} = -\vec{\Pi} \times \vec{a} \times \vec{t}^2. \quad (23)$$

Из (19) и (23):

$$\vec{m} \times \vec{a} = -\vec{\Pi} \times \vec{a} \times \vec{t}^2. \quad (24)$$

или

$$\vec{m} = -\vec{\Pi} \times \vec{t}^2. \quad (25)$$

Из (18) и (21):

$$\vec{F} = -\vec{I}. \quad (26)$$

Выражение (26) уже позволяет утверждать, что в матрице метрического тензора (15) измерение \vec{I} может означать силу F , т.к. можно произвести замену $-\vec{I}$ на \vec{I} , направив эту ось в противоположном текущему направлении.

Произведение силы гравитации F , действующей на массу m , расположенную на расстоянии r от центра поля гравитационного потенциала Π , равно про-

изведению массы на гравитационный потенциал Π в этой точке (на расстоянии r): $rF=m\Pi$.

$$\vec{r} \times \vec{F} = \vec{m} \times \vec{\Pi}. \quad (27)$$

Отсюда и из (19):

$$\vec{r} \times \vec{a} = \vec{\Pi}. \quad (28)$$

Выражение (18), как мы показали возможным в (8), можно переписать в виде:

$$\vec{\Pi} = -\vec{F} \times \vec{r}. \quad (29)$$

Отсюда и из (19):

$$\vec{\Pi} = -\vec{m} \times \vec{a} \times \vec{r}. \quad (30)$$

Отсюда и из (28):

$$\begin{aligned} \vec{r} \times \vec{a} &= -\vec{m} \times \vec{a} \times \vec{r}, \\ -(\vec{a} \times \vec{r}) &= -\vec{m} \times \vec{a} \times \vec{r}. \end{aligned} \quad (31)$$

Из (31) получаем:

$$\vec{1} = \vec{m}. \quad (32)$$

Таким образом, по теореме 2 матрица метрического тензора (15) соответствует континууму масса-пространство-скорость-время:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} \vec{m} & \vec{r} & \vec{v} & \vec{t} \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Матрица метрического тензора (33) позволяет сформулировать и использовать в ней расширенную специальную теорию относительности, основанную на комплексном исчислении.

Метрический тензор массы-скорости – это симметричное тензорное поле ранга (I, I) на гладком многообразии, его матрица является подматрицей – вырезанными элементами на пересечении первого и третьего столбцов и первой и третьей строк матрицы метрического тензора (33). Континуум масса-скорость можно сравнить с двухмерным пространством-временем, он также имеет матрицу метрического тензора (9).

Любые два измерения, соответствующие соседним столбцам матрицы метрического тензора (33), относятся друг к другу так же, как время и пространство в специальной теории относительности.

Согласно Перельману [13-15], как мы писали выше, любое измерение является замкнутым и гомеоморфно окружности в пространстве более высокого/широкого ранга.

Матрица метрического тензора (33) может объяснять происхождение измерений так же, как из измерений пространства и времени мы исторически произвели (сформулировали определение соответствующей новой/производной физической величины) измерение скорости, на практике измеряя ее скалярной величиной.

Происхождение измерений

Экстраполируя теоремы 1 и 2 в прямом и обратном направлениях по различным физическим величинам в виде измерений, можно заполнить пропущенные заголовки столбцов в матрице метрического тензора 8×8 (и более высоких размерностей по степеням двойки), основанной на комплексном исчислении, и сформулировать так называемую *Теорию всего*, объясняющую все виды физических взаимодействий, происхождение частиц и Вселенной. Матрица размером 8×8 метрического тензора с сигнатурой $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$, построенная по квадратичной форме сигнатуры (11):

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} & \vec{v} & \vec{r} & \vec{m} & \vec{t} \\ j & & & & \\ & -i & & & \\ & & -ij & & \\ & & & -1 & \\ & & & & -j \\ & & & & & i \\ & & & & & & ij \\ & & & & & & & 1 \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Учитывая колмогоровский рекурсивно-фрактальный подход к измерению количества информации [22], можно говорить об информационном измерении. Информационное (логическое) измерение $\{True, False\}$ или $\{1, 0\}$ тоже топологически является связным, односвязным, компактным многообразием без края. Применяя метод математической дедукции, можно записать матрицу метрического тензора с сигнатурой $(1, 1)$ для Большого взрыва:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} \emptyset & \overline{bool} \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (35)$$

где $\emptyset = 0^0$ – состояние (измерение) Вселенной до Большого взрыва (пустота), $\overline{bool} = 0^1$ – информационное (логическое) измерение.

Энтропия тоже имеет максимальное значение. Принцип максимальной энтропии – это понятие теории вероятности, представляющее собой утверждение, что распределение вероятностей, которое наилучшим образом отражает текущее состояние данных – это распределение с наибольшей информационной энтропией [7].

Максимальная энтропия означает, что каждый элемент системы находится в максимальной степени неопределенности, равной 1, а система – в степени, равной числу её элементов (например, количество частиц для Вселенной, которое ограничено, т.к. она имеет свою, вычисленную астрофизиками, массу – ограничение измерения массы сверху максимальным значением).

Таким образом, энтропия [2] – это тоже одно из базовых измерений, из которого и из информационного (логического), мы считаем, и произошли Вселенная и все остальные измерения. Энтропия вместе с нулем и единицей создали бесконечное измерение (поле) информации (хаотической, на первый взгляд, последовательности нулей и единиц), которое также может быть замкнуто в окружность в информационном пространстве более широкого ранга (с более широкой сигнатурой матрицы метрического тензора).

Построенная математическая модель подходит для систем любой природы. Например, Карл Маркс в своем труде [8] рассматривал взаимосвязь четырех измерений: масса (товар), капитал (деньги), труд (человеческие ресурсы) и время. Эти измерения могут быть заголовками столбцов матрицы метрического тензора (10):

$$\hat{g} == \begin{pmatrix} \bar{m} & \bar{\$} & \overline{HR} & \bar{t} \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (36)$$

где $\bar{\$}$ – это измерение капитала (денежное), \overline{HR} – человеческих ресурсов, измеряемых для экономических систем [25] в виде произведения HRt , т.е. произведения количества людей на затраченное ими на труд время с помощью измерения времени в человеко-часах (или трудоднях для одного человека).

Спин электрона, излучение Хокинга и квантовая запутанность в построенной математической модели

Для объяснения наличия спина у электрона при его движении вокруг ядра атома в рамках построенной обобщенной математической модели измерений можно использовать подход, который рассматривает спин как встроенное свойство, возникающее из геометрии пространства более высокой размерности с более широкой сигнатурой, включающего дополнительные измерения и их взаимосвязи.

В стандартной квантовой механике [1] спин электрона рассматривается

как внутренний момент импульса, который не связан с классическим вращением в пространстве. Его математическое описание связано с алгеброй Паули и представлениями группы вращений $SU(2)$ [1]. В построенной математической модели, где измерения описываются с учетом расширенных сигнатур, включающих комплексные координаты (например, $(i, -i, I)$), можно рассмотреть спин как геометрическое свойство, связанное с вращением в этих комплексных измерениях.

Спин может быть интерпретирован как «вращение» или «свёртка» в подпространстве, которое описывается мнимыми компонентами матрицы метрического тензора. Например, если координаты i и $-i$ отражают оси с положительным и отрицательным направлением в комплексной плоскости, спин можно рассматривать как вращение в этом комплексном подпространстве. При этом электрон, движущийся в пространстве-времени с дополнительными измерениями, может обладать свойствами, связанными с этими вращениями. Это похоже на то, как в стандартной квантовой механике его волновая функция может описывать вращение в пространстве спиноров [1].

В модели, включающей комплексные измерения, можно рассматривать более высокую симметрию пространства (например, $SU(4)$ симметрия), которые описывают поведение частиц в пространстве с такими измерениями. Спин тогда возникает как квантовое число, связанное с определенной симметрией пространства в этих дополнительных измерениях. Это позволяет объяснить дискретность спина ($1/2$, $-1/2$ для электрона) как следствие квантования вращений в многомерном пространстве.

Метрический тензор с комплексными элементами, например, с сигнатурой своей матрицы (I, I, I, I) , может быть использован для описания динамики электрона с учетом его спиновых свойств. Дополнительные измерения, связанные с комплексными числами, могут вносить коррективы в уравнения движения, что отражает эффект, называемый гиральностью (взаимодействию спина и орбитального движения) [12]. Уравнение Дирака, которое в стандартной теории описывает спин электрона и его поведение в электромагнитном поле [12], может быть обобщено в рамках многомерного пространства с дополнительными комплексными измерениями. Таким образом, спиновые свойства будут естественно интегрированы в геометрию классического пространства-времени.

Наша модель, учитывающая дополнительные измерения и их замкнутость, может описывать спин как топологическое свойство. В частности, спин можно связать с топологическими характеристиками многомерного пространства (например, аналогами узлов и петель в этих пространствах). Это позволит объяснить, почему спин является квантованным (дискретным) и не зависит от классического орбитального вращения электрона вокруг ядра, но является внутренним свойством, зависящим от многомерной топологии.

В рамках квантовой механики, когда один из двух запутанных электронов изменяет свой спин, спин второго электрона мгновенно изменяется так, чтобы сохранить общую корреляцию между их состояниями [12]. Например, если у нас есть два электрона с квантово-запутанными спиновыми состояниями, такими что их общая волновая функция находится в суперпозиции, изменение спина первого

электрона приведёт к изменению спина второго, чтобы волновая функция осталась согласованной [12].

В предложенной обобщённой модели, где измерения включают комплексные дополнительные координаты, можно представить, что оба электрона описываются единой волновой функцией, распределённой по многомерному пространству. Эта волновая функция описывает состояние всей системы, включая спиновую корреляцию между электронами, и имеет глобальное распределение в многомерных координатах. При изменении спина одного из электронов происходит мгновенное обновление всей волновой функции, чтобы соответствовать новому состоянию.

В модели на основе предложенной математической, где запутанность описывается как топологическая связь между состояниями частиц, изменение спина одного электрона приводит к перестройке топологической конфигурации в многомерном пространстве. Например, если запутанность между электронами выражена как узел или петля в пространстве с комплексными координатами, изменение спина одного электрона ведет к изменению состояния узла. Таким образом, второй электрон «перестраивает» свое состояние, чтобы соответствовать новому топологическому состоянию. Это объясняет мгновенность реакции второго электрона на изменение состояния первого. Так как дополнительные измерения в модели замкнуты или, выражаясь другими словами, имеют топологически неразрывную структуру, это позволяет информации о состоянии одного электрона мгновенно достигать второго, несмотря на расстояние между ними в привычном пространстве. Такой подход описывает квантовую нелокальность через внутренние свойства многомерного пространства, где изменение в одной области (например, изменение спина одного электрона) сразу же влияет на другую область (второй электрон) благодаря замкнутости и непрерывности связей в остальных измерениях.

Излучение Хокинга – это процесс, в котором черные дыры испускают радиацию из-за квантовых эффектов, происходящих на их горизонте событий [6]. Обычно его объясняют через образование пар виртуальных частиц вблизи горизонта событий, где одна из частиц падает в черную дыру, а другая улетает наружу, что приводит к испарению черной дыры со временем. Рассмотрим, как можно объяснить это явление в рамках нашей обобщенной математической модели измерений, где к каждому измерению применяется единый подход без различий между мнимыми и вещественными координатами.

Вблизи горизонта событий черной дыры вакуум, согласно квантовой теории поля, подвержен флуктуациям, при которых могут возникать пары частиц и античастиц [6]. В многомерной модели с комплексными дополнительными измерениями эти флуктуации могут происходить не только в привычном пространстве-времени, но и в дополнительных измерениях, описывающих физические величины. Эти дополнительные измерения могут играть роль в процессе образования пар частиц, где одна из частиц «выходит» в обычное пространство, а другая перемещается в одно из дополнительных измерений или поглощается черной дырой.

При создании пары частиц у горизонта событий в обычной теории одна

из частиц может иметь отрицательную энергию и падать в черную дыру, что приводит к уменьшению её массы. В обобщенной модели, где координаты могут иметь комплексные значения, такие как $(i, -1, -i, 1)$, взаимодействие частиц с горизонтом событий можно описывать через переходы между реальными и мнимыми компонентами пространства. Мнимые компоненты координат могут описывать переход частицы во «внутреннее» измерение, связанное с черной дырой, в то время как её «партнёр» остаётся в реальном измерении и воспринимается как излучение.

В модели с многомерными измерениями, процесс туннелирования, который происходит при излучении Хокинга, может включать переход частиц через многомерный барьер между пространством за горизонтом событий и пространством снаружи. Комплексные координаты могут описывать движение частиц через такие барьеры. Туннелирование в пространстве с мнимыми компонентами может описывать процесс, в котором частица пересекает границу горизонта событий и появляется в пространстве за пределами черной дыры, где она наблюдается как часть излучения Хокинга.

Наша модель также может описывать черную дыру как топологически сложный объект в многомерном пространстве с более широкой сигнатурой, чем у пространства-времени, который взаимодействует с частицами через свои границы. Излучение Хокинга тогда можно интерпретировать как процесс «утечки» топологически связанных частиц через горизонт событий. Это может быть аналогично квантовой запутанности между частицами по разные стороны горизонта. В таком подходе изменение состояния в одном пространственном измерении (например, поглощение частицы с отрицательной энергией) приводит к появлению связанной частицы в другом измерении, воспринимаемом как излучение.

В построенной математической модели, где измерения описываются замкнутыми структурами (многообразиями с дополнительными измерениями), процесс уменьшения массы m черной дыры при излучении может быть описан как перераспределение энергии между измерениями (уменьшение значения проекции её массы по оси \bar{m}). Поглощение частицы с отрицательной энергией черной дырой может быть связано с изменением топологической конфигурации, что компенсируется испусканием частицы в обычное пространство. Таким образом, черная дыра теряет массу за счет уменьшения своей энергии в многомерной структуре, и это проявляется как излучение в нашем пространстве.

Предложенная модель позволяет описывать взаимодействие частиц с горизонтом событий как процесс, происходящий в многомерном пространстве, где энергия перераспределяется между измерениями, что приводит к испарению черной дыры и возникновению излучения.

Планковские длина и время в построенной математической модели

Планковская длина – это минимальный масштаб, на котором квантовые эффекты гравитации становятся значимыми [12]. Она представляет собой длину, на которой пространство-время начинает проявлять флуктуации из-за квантовой природы гравитации [1].

В нашей модели, где пространство-время рассматривается с дополнительными комплексными измерениями, планковская длина может быть интер-

претирована как минимальный размерный масштаб, на котором начинают проявляться эффекты взаимодействия между различными измерениями. Метрический тензор, включающий компоненты с комплексными коэффициентами (i, j) , может описывать квантовые флуктуации пространства-времени на уровне этой длины. При достижении планковской длины можно предположить, что пространство перестаёт быть гладким и становится «фрактальным» или «вихревым» в многомерных измерениях.

Планковское время – это время, за которое свет проходит расстояние, равное планковской длине [12]. Оно представляет собой минимальный временной интервал, в пределах которого квантовые флуктуации пространства-времени начинают играть ключевую роль [1].

В построенной обобщенной модели можно предположить, что планковское время характеризует временной масштаб, на котором становится возможным взаимодействие между стандартными пространственно-временными измерениями и дополнительными измерениями, описанными комплексными компонентами. На временных масштабах, меньше планковского времени, пространство-время становится не только квантово-флуктуирующим, но и подверженным влиянию дополнительных измерений. Это может означать, что процессы, происходящие за это время, включают переходы энергии и информации между «видимыми» измерениями (пространством и временем) и остальными многомерными компонентами, описывающими физические переменные.

Так как пространство-время имеет топологически замкнутую структуру, на уровне планковской длины это может означать, что все измерения начинают взаимодействовать между собой. На таких масштабах пространство-время «разворачивается» в более высокие измерения, и гравитация перестает быть классической. В этом контексте планковская длина может быть минимальным радиусом кривизны, при котором пространство может переходить в другие состояния через дополнительные измерения, аналогично тому, как в теориях струн [27], суперструн [5] и бран [18] минимальные длины определяются натяжением струн/бран. Планковское время, в свою очередь, может быть временной шкалой, необходимой для таких переходов.

В классической теории гравитации пространство-время описывается гладкими метрическими тензорами, где влияние квантовых флуктуаций не учитывается [12]. Однако, на масштабах порядка планковской длины и времени пространство-время переходит в квантовый режим [9]. В рамках предложенной модели, где введены дополнительные измерения, соответствующие физическим величинам, эта граница может быть интерпретирована как переход от описания пространства через классические измерения к описанию через многомерные и комплексные координаты. Планковские интервалы длины и времени или обобщенный инвариант по формуле (5) могут быть границей, на которой классическая геометрия переходит в квантовую топологию.

Критика теорий струн, суперструн и бран

Критика теорий струн [27], суперструн [5] и бран [18] с позиции предложенной обобщенной математической модели измерений основана на различиях в подходах к описанию многомерного пространства, к понятию измерений и на

интерпретации природы этих измерений (включая комплексные координаты), а также на несоответствии принципу бритвы Оккама (вводятся дополнительные сущности).

В теориях струн, суперструн и бран новые измерения вводятся как дополнительные пространственные размеры, замкнутые в компактные формы (например, многообразия Калаби-Яу) [5,18,27]. Эти измерения считаются маленькими и замкнутыми настолько, что они не наблюдаемы на макроскопическом уровне, но влияют на взаимодействия между частицами через их формы. В нашей модели измерения описываются единообразно, независимо от того, являются ли они мнимыми или вещественными. Это позволяет обобщить понятие измерений, не привязываясь к их пространственности. Например, комплексные измерения могут иметь более универсальную интерпретацию по физическим величинам, не сводящуюся к «компактным» (в метрическом смысле) пространствам. Теории струн, суперструн и бран ограничивают себя классическим подходом к измерениям, где они обязательно должны быть замкнутыми пространственными размерностями [5,18,27]. В обобщенной модели можно рассматривать измерения, как физические величины, которые действуют на разных уровнях и которые могут проявляться через другие физические свойства (например, фазовые взаимодействия). Это позволяет избежать введения сложных многообразий для объяснения дополнительных измерений и сосредотачиваться на более гибкой интерпретации.

Для описания взаимодействий и геометрии многомерного пространства в теориях струн, суперструн и бран используются сложные многообразия, такие как многообразия Калаби-Яу [5,18,27], и множество математических конструкций, которые трудно напрямую связать с физическими наблюдениями. Это приводит к тому, что сами измерения и их влияние на наш мир трудно интерпретировать физически. Модель, которую мы предложили, использует метрический тензор с комплексными компонентами, соответствующими физическим величинам, что позволяет более естественно описывать квантовые и классические взаимодействия в едином подходе. Здесь нет необходимости «компактизировать» (в метрическом смысле) измерения, вместо этого их можно представлять, как проявляющиеся через различные флуктуации и фазовые изменения. Теории струн и бран вводят дополнительные измерения с целью решения определенных проблем, например, объединения гравитации с другими взаимодействиями. Однако сложность математического аппарата может быть излишней, если использовать нашу более простую и обобщенную модель, в которой измерения описываются единообразно и без необходимости в сложных топологических конструкциях.

Теории струн, суперструн и бран страдают от проблемы экспериментальной непроверяемости. Из-за того, что дополнительные измерения замкнуты на масштабе порядка планковской длины, экспериментальное обнаружение таких измерений с помощью современных технологий невозможно. Это ограничивает предсказательную силу теории и её способность быть проверенной. Наша модель позволяет рассматривать проявления дополнительных измерений, как физических переменных, через квантовые эффекты, которые могут проявляться на более крупных масштабах, таких как отклонения в поведении запутанных частиц

или аномалии в распадах частиц на высоких энергиях. Это может быть более проверяемо с текущими экспериментальными возможностями, например, на Большом адронном коллайдере (БАК) [4]. Теории струн/бран упускают возможность выявить дополнительные измерения через квантовые взаимодействия на масштабах, доступных для эксперимента, и сосредоточены на слишком малых масштабах. Наша модель, в отличие от этого, предлагает способы наблюдения эффектов дополнительных измерений на экспериментально достижимых уровнях.

«Компактные» (в метрическом смысле) измерения вводятся в теориях струн, суперструн и бран, как необходимость для согласования различных взаимодействий в единой теории и для достижения математической непротиворечивости. Эти измерения, по сути, служат «инструментом» для построения единой теории, но их физический смысл остается не вполне ясен. Наша модель математически доказывает, что дополнительные измерения (включая мнимые координаты) имеют физическое значение не только в форме компактных многообразий, но также через взаимодействие с обычными физическими величинами, пространственными и временными координатами. Это делает предложенную модель более гибкой и более связанной с физической реальностью. Теории струн/бран предполагают слишком узкую интерпретацию дополнительных измерений через их «компактность» (в метрическом смысле). Наша обобщенная модель измерений позволяет думать о них как о более универсальных структурах, которые могут взаимодействовать с физическими явлениями без ограничения их проявлений только на планковских масштабах.

В теориях струн, суперструн и бран гравитация описывается как возбуждение определенных мод струн (например, гравитоны), что приводит к возникновению квантовой теории гравитации [19]. Однако, полноценная теория квантовой гравитации на этой основе пока не достигнута, и взаимодействие между квантовыми эффектами и гравитацией остается сложным для анализа. Наша модель позволяет квантовую природу гравитации описать, как следствие взаимодействия между измерениями, включая комплексные и скрытые координаты. Гравитация может рассматриваться как эффект на малых масштабах, связанный с метрикой многомерного пространства и взаимодействиями через квантовые флуктуации. Теории струн/бран пытаются квантовать гравитацию через использование дополнительных измерений, но они не всегда учитывают возможные взаимодействия через мнимые компоненты или флуктуации. Обобщенная нами модель может предложить более прямой подход к квантовой гравитации, где гравитация возникает как естественное следствие внутренней структуры пространства-времени-остальных физических измерений.

Экспериментальная проверка построенной математической модели для подтверждения Теории всего

Математически доказав состоятельность нашей обобщенной модели измерений с помощью доказательств теорем 1 и 2, теперь мы считаем необходимым проверить её экспериментально, как и считаем необходимой экспериментальную проверку доказательства Перельмана [13-15] гипотезы Пуанкаре для нашего пространственного континуума с помощью описанного выше экспери-

мента с космическим зондом аналогичного эксперименту Магеллана [16] для поверхности Земли. Для этого мы можем предложить ряд прогнозов в рамках предложенной математической модели для окончательного подтверждения *Теории всего*, которые могут быть проверены экспериментально на текущем уровне развития технологий, например, на базе Большого адронного коллайдера [4]:

1. Отклонения в поведении квантово-запутанных частиц:

- Прогноз: в рамках обобщенной модели, квантовая запутанность частиц может демонстрировать отклонения от стандартных предсказаний в зависимости от их энергии и наличия дополнительных измерений. Например, запутанные частицы, проходящие через высокоэнергетические взаимодействия (как в экспериментах на БАК), могут демонстрировать усиление или ослабление корреляций в зависимости от их взаимодействий с дополнительными измерениями.
- Экспериментальная проверка: измерение корреляций между запутанными парами частиц при высоких энергиях может выявить аномалии, которые указывают на влияние дополнительных измерений. Если корреляции отличаются от тех, что предсказываются стандартной квантовой теорией, это может свидетельствовать о присутствии измерений физических величин модели. Обнаружить отклонения можно будет с помощью новейших квантовых датчиков [20], представленных в июне 2024 года.

2. Аномалии в распаде частиц:

- Прогноз: взаимодействие частиц с комплексными дополнительными измерениями может приводить к неожиданным каналам распада или появлению частиц с необычными свойствами. Например, некоторые нестабильные частицы могут иметь увеличенные или уменьшенные времена жизни, если они взаимодействуют с дополнительными измерениями.
- Экспериментальная проверка: на БАК можно искать аномальные (для них самих) времена жизни нестабильных частиц или неожиданные продукты их распада, которые нельзя объяснить в рамках стандартной модели физики элементарных частиц. Например, если бы обнаружили новые каналы распада, которые соответствуют «утечке» энергии в дополнительные измерения, это стало бы важным подтверждением.

3. Наблюдение микроскопических черных дыр и квантовых эффектов гравитации:

- Прогноз: в обобщенной модели измерений, при очень высоких энергиях, таких как на БАК, можно ожидать образования микроскопических черных дыр, которые взаимодействуют с дополнительными измерениями. В рамках построенной модели такие черные дыры могут испускать излучение (похожее на излучение Хокинга) с аномальной энергетической зависимостью.
- Экспериментальная проверка: поиск событий с быстрым испарением микроскопических черных дыр и анализ их энергетического спектра в экспериментах на БАК может выявить аномалии, которые соответствуют предсказаниям построенной математической модели. Если при таких высокоэнергетических взаимодействиях с помощью новейших квантовых

датчиков [20] обнаружатся отклонения в распределении энергии, это может указывать на взаимодействие с дополнительными измерениями.

4. Отклонения в поведении частиц при очень высоких энергиях:

- Прогноз: при столкновениях частиц на сверхвысоких энергиях можно ожидать отклонений в распределении энергии и угловых распределениях частиц, вызванных взаимодействием с дополнительными измерениями. Например, некоторые из продуктов столкновений могут проявлять энергетические «потери», которые связаны с переходом энергии в дополнительные измерения.
- Экспериментальная проверка: анализ углового распределения частиц и общей энергии системы после столкновений на БАК может выявить такие аномалии. В случае отклонений от стандартных предсказаний, например, недостающей энергии или изменённых траекторий частиц, это могло бы указывать на влияние дополнительных измерений.

5. Наблюдение отклонений в физике электрослабых взаимодействий:

- Прогноз: влияние дополнительных измерений может проявляться в тонких отклонениях при электрослабых взаимодействиях, например, в процессах распада частиц, таких как бозон Хиггса, или в рассеянии тяжёлых частиц (например, W и Z бозонов).
- Экспериментальная проверка: точные измерения параметров распада бозона Хиггса и других тяжелых частиц на БАК могут выявить отклонения от стандартной модели, если такие отклонения вызваны скрытыми измерениями. Особенно интересны будут события, где ожидаются отклонения в частоте или энергетическом спектре описанных в прогнозе распадов.

Каждое из предложенных нами направлений требует поиска отклонений от предсказаний стандартной модели в специфических условиях высокоэнергетических взаимодействий, которые могут быть достигнуты на БАК. Наиболее перспективными нам представляются прогнозы, которые предполагают аномалии в распаде частиц, отклонения в квантовых корреляциях и образование микроскопических черных дыр. Их экспериментальная проверка позволит окончательно подтвердить влияние физических измерений, предсказанных нашей обобщенной моделью.

Выводы

Мы предложили расширение классической модели пространства Минковского, включив в нее измерения с более широкой сигнатурой, которые описывают ортогональные координатные векторы скорости и массы. Доказано, что путь частицы в таком континууме связан с новым измерением, которое можно трактовать как координату скорости. Мы также показали, что аналогичная замкнутость измерений, подтвержденная для трёхмерных многообразий в гипотезе Пуанкаре, может быть применена к более сложным физическим моделям. Экстраполируя наши результаты, мы предложили возможный подход к созданию теории, объясняющей происхождение частиц и Вселенной в рамках единой математической модели. Тем не менее, для окончательного подтверждения предложенной гипотезы (*Теории всего*) необходимы дополнительные исследования и экспериментальная проверка.

Построенная математическая модель подходит для системного анализа [9,23-25], потому что хорошо обобщает системы любой природы: геометрические, физические, экономические [8,10,25] и другие.

Литература

1. Birrell N.D., Davies, P.C.W. Quantum Fields in Curved Space. Cambridge University Press, 1982. 354 p.
2. Clausius R. Ueber die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen [On the Moving Force of Heat and the Laws which can be Deduced from it for the Theory of Heat itself] // Annalen der Physik. 1850. Vol. 155. No. 3. P. 368-397.
3. Einstein A. Fundamental Ideas and Methods of the Theory of Relativity 1920.
4. Evans L., Bryant P. LHC Machine // Journal of Instrumentation. 2008. Vol. 3. S08001.
5. Gross D., Witten E. Possible third-order phase transition in the large- N lattice gauge theory // Phys. Rev. D. 1980. Vol. 21. 446.
6. Hawking S. A Brief History of Time. Bantam Books, 1988. 256 p.
7. Jaynes E.T. Information Theory and Statistical Mechanics // Physical Review. 1957. Vol. 106. No. 4. P. 620-630.
8. Marx K. Das Kapital. Kritik der politischen Ökonomie [Capital: A Critique of Political Economy] 1867, 1885, 1894.
9. Minitaeva A. Analysis of the Multi-Criteria Decision-Making Problem Under Conditions of Heterogeneous Interval Uncertainty // Proceedings – 2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA 2022). 2022. DOI: 10.1109/SUMMA57301.2022.9974092.
10. Minitaeva A.M. Multimodel Approach to Forecasting Nonlinear Nonstationary Processes in Optimal Control Problems // Proceedings of the 2024 6th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE 2024). 2024.
11. Minkowski H. Raum und Zeit [Space and Time] // Physikalische Zeitschrift. 1908-1909. Vol. 10. P. 75-88.
12. Penrose R. The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe. Alfred A. Knopf, 2004. 1136 p.
13. Perelman G. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications (англ.) // ArXiv.org 2002. ISSN 2331-8422 arXiv:math/0211159.
14. Perelman G. Ricci flow with surgery on three-manifolds (англ.) // ArXiv.org 2003. ISSN 2331-8422 arXiv:math/0303109.
15. Perelman G. Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds (англ.) // ArXiv.org 2003. ISSN 2331-8422 arXiv:math/0307245.
16. Pigafetta A. Relazione del primo viaggio intorno al mondo [Report of the First Voyage Around the World]. 1524. Ed. Ramusio G.B., Navigazioni e viaggi, Venice, 1550.
17. Planck Collaboration. Planck 2018 Results. VI. Cosmological Parameters // Astronomy & Astrophysics. 2020. Vol. 641. A6.

18. Polchinski J. Dirichlet-Branes and Ramond-Ramond Charges // Physical Review Letters. 1995. Vol. 75. P. 4724-4727.
19. Rovelli C., Smolin L. Loop Space Representation of Quantum General Relativity // Nuclear Physics B. 1990. Vol. 331. P. 80-152.
20. Song X., Salvati F., Gaikwad C., Halpern N.Y., Arvidsson-Shukur D.R.M. and Murch K. Agnostic Phase Estimation // Phys. Rev. Lett. 2024. Vol. 132. 260801.
21. Zwicky F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln [The Redshift of Extragalactic Nebulae] // Helvetica Physica Acta. 1933. Vol. 6. P. 110-127.
22. Колмогоров А.Н. Три подхода к определению понятия «количество информации» // Пробл. передачи информ. 1965. Т. 1. № 1. С. 3-11.
23. Минитаева А.М., Шайгура С.В. Системный анализ и разработка методики моделирования нелинейных нестационарных процессов в системе поддержки принятия решений // Информационно-технологический вестник. 2023. № 3(37). С. 54-64. EDN ACWQAM.
24. Минитаева А.М. Новый оператор тензорного произведения и анализ нелинейных систем с полиномиальными функциями пространства состояний // Информационно-технологический вестник. 2024. № 3(41). С. 3-14. EDN AAECDU.
25. Минитаева А.М. Математическая модель и метод принятия решений в экономических системах на основе глубокого обучения // Искусственный интеллект в автоматизированных системах управления и обработки данных: Сборник статей II Всероссийской научной конференции. В 5-ти томах, Москва, 27-28 апреля 2023 года. Москва: Издательский дом КДУ, «Добросвет», 2024. С. 42-49. EDN YTVUVK.
26. Пенроуз Р. Путеводитель по теории относительности. Москва: Мир, 2002. 589 с.
27. Полчински Дж. Теория струн. Том 1. Москва: ИКИ РАН, 2002. 432 с.

УДК 004.42; 004.62; 004.91

**Анализ существующих способов решения задачи генерации сложных
электронных документов на основе шаблонов**

Евгений Анатольевич Белых, разработчик программного обеспечения,
ООО «Дивергент», г. Саратов,

Юрий Валентинович Гольчевский, кандидат физико-математических наук,
доцент, заведующий кафедрой прикладной информатики,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Сыктывкарский государственный университет
имени Питирима Сорокина», г. Сыктывкар

В работе представлена проблема генерации на основе шаблонов сложных электронных документов. Рассматриваются возможные подходы к решению задачи, приводятся примеры существующих решений, их преимущества и недостатки. Отмечается возможность разработки специального языка шаблонов, не основанного на XML, но совместимого с ним. Предлагается разбить его на несколько вспомогательных языков, каждый из которых будет описывать свой элемент документа. Шаблон можно разбить на конструкции, которые могут формировать дерево и могут быть написаны на разных языках, в зависимости от типа элемента, генерируемого этой конструкцией.

Языки программирования, генерация сложных документов, электронные таблицы, шаблоны.

**Analysis of existing methods for solving the generating complex electronic
documents based on templates problem**

Evgeniy Anatol'evich Belykh, software developer,
LLC «Divergent», Saratov,

Yuriy Valentinovich Golchevskiy, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor, Head of Department of Applied Informatics,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
«Pitirim Sorokin Syktyvkar State University», Syktyvkar

The problem of generating complex electronic documents based on templates is presented. Possible approaches to solving the problem are considered, examples of existing solutions, their advantages and disadvantages are discussed. It is noted that it is possible to develop a special template language that is not based on XML, but compatible with it. It is proposed to divide it into several auxiliary languages, each of which will describe its own element of the document. The template can be broken down into constructs that can form a tree and can be written in different languages, depending on the type of element generated by this construct.

Programming languages, complex document generation, spreadsheets, templates.

Введение

Необходимость генерировать сложные документы, включающие таблицы, может возникнуть в ситуации, при которой необходимо обрабатывать достаточно большие объёмы данных, где использование табличных процессоров с ручной обработкой и сбором данных становится нецелесообразным [1]. Процесс генерации можно разделить на три этапа: сбор данных, формирование на их основе элементов документа (таблиц, инфографики и т.д.) и построение из этих элементов итогового документа.

На этапе сбора данных часто возникает необходимость аккумулировать информацию из нескольких источников: это могут быть несколько однотипных локальных баз данных или файлов данных, набор из других источников в сети Интернет, что показано на рисунке 1. По этой причине, первое, что необходимо для генерации сложных электронных документов – это возможность взаимодействовать с большим числом разнотипных источников данных.

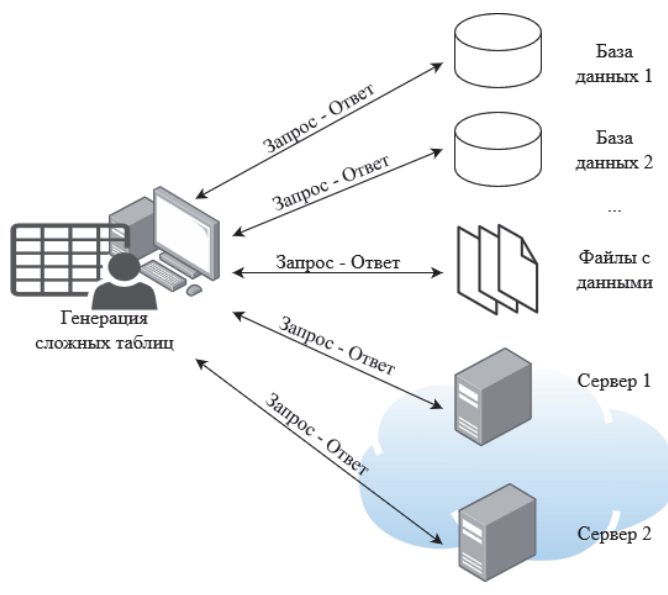


Рисунок 1 – Схема сбора данных из нескольких разнородных источников

Вторая задача – это генерация отдельных элементов документа. В данной работе особое внимание уделяется одному из распространённых элементов электронного документа – таблицам. Самый простой случай при генерации таблицы – это ситуация, когда заранее известно, сколько в ней будет столбцов и строк. Тогда формирование таблицы сводится к созданию шаблона, где в том или ином виде для каждой ячейки определён источник данных. Такой шаблон, например, может представлять собой таблицу в формате HTML, где каждая ячейка содержит URL, по которому находятся интересующие пользователя данные. Программа для генерации итоговой таблицы просто будет подставлять данные в ито-

вую таблицу.

Часто на практике встречается второй вариант, когда заранее известно только число столбцов. В этом случае исходные данные обычно уже имеют табличный вид и формирование таблицы может происходить путём отфильтровывания нужных строк с дальнейшим извлечением из них требуемых столбцов. Также некоторые столбцы могут извлекаться не непосредственно из входной строки, а из другого источника, по ключу, содержащемуся в одной из колонок данной строки. Такой метод используют основанные на SQL-запросах программы.

Третий случай является самым сложным и часто встречается в крупных организациях при работе с отчётностью – заранее неизвестно ни число строк, ни число столбцов. Этот случай не имеет стандартного решения и, как правило, решается написанием полноценных программ на языках общего назначения, комбинирующих в себе решения для двух предыдущих типов.

После того, как все необходимые элементы документа были сгенерированы, необходимо объединить их в итоговый документ. Обычно это делается с помощью шаблона, описывающего структуру документа, с указанием взаимного расположения всех элементов. Чаще всего такие шаблоны основаны на формате XML (<https://www.w3.org/XML/>), как самом распространённом иерархическом формате данных. Встречаются решения, использующие стандартные форматы Microsoft Word и Excel.

Серьёзная проблема при решении описанных задач – это отсутствие открытого универсального решения. Чаще задача генерации документов со сложными таблицами решается для какого-либо одного или нескольких случаев. Обычно решением являются программы, написанные на языках общего назначения для нужд конкретной организации. Они имеют закрытую кодовую базу и при внедрении в другую организацию могут потребовать серьёзных доработок либо вообще оказаться непригодными.

Данная работа посвящена обзору существующих решений для генерации электронных документов, содержащих сложные таблицы, на основе использования некоторого шаблона.

Двухфазные технологии генерации документов на основе использования Microsoft Office и XML

Один из самых распространённых подходов к решению задачи генерации документов – это использование формата XML как формата шаблона. Как правило, при таком подходе определяется несколько XML-тегов, обозначающих входные данные и вставляющихся в шаблон. При генерации документа вместо этих тегов подставляются входные данные, относящиеся к конкретному документу. В сложных системах вставка может происходить не напрямую, а после различных преобразований.

В целом решения такого типа являются достаточно гибкими и универсальными. Их основной минус заключается в громоздкости и сложности синтаксиса языка XML, что затрудняет разработку «с нуля» подходящих обработчиков XML-шаблонов. В итоге такие системы полагаются на некоторый набор стороннего программного обеспечения, что ограничивает их функционал возможностями

ми этого набора и самого формата XML. Такая проблема описана в работе [1], где авторы описывают систему для генерации электронных таблиц, написанную в Visual Studio.

Однако несмотря на все достоинства и недостатки такого подхода, чаще всего выбор именно формата XML обусловлен простой причиной – его распространённостью. В частности, формат DOCX, используемый в Microsoft Office Word, является подмножеством формата XML. Также формат XML является стандартом во многих областях. Большинство популярных языков программирования, например, PHP, имеет ряд библиотек для работы с данным форматом [2].

Вопросы построения XML-документов подробно рассмотрены в работе [3]. В качестве главного аргумента в пользу XML приводится его открытость и популярность. Описаны методы генерации XML-документов, в том или ином виде встречающиеся во всех подобных, построенных на XML, работах.

Основанное на XML решение представлено авторами работы [4]. Используется подход, основанный на XSL-инъекциях. В качестве шаблона используется word-документ, внутри которого помимо текста документа помещаются XSL-инструкции, описывающие, как и куда должны быть подставлены пользовательские данные (данные из внешнего источника). Затем шаблон передаётся в XSL-трансформацию, которая принимает пользовательские данные вместе с шаблоном и формирует итоговый документ. Используемая модель документа подробно рассмотрена в [5].

Большим преимуществом такого подхода является то, что пользователь использует распространённый и знакомый ему инструмент – Word. Ему необходимо изучить язык XSL-инъекций. Возможности такого подхода ограничиваются только возможностями формата XML и XSL-трансформаций, что позволяет генерировать персонализированные документы с достаточно сложной структурой, включающей динамически создаваемые таблицы. Также такой инструмент можно использовать в связке с WEB-сервером.

Однако такой подход имеет и ряд недостатков. Microsoft Office Word, является проприетарным продуктом и в нём в любой момент могут появиться изменения, делающие все разработанные с его использованием инструменты нерабочими. В этом случае решением может быть либо использование устаревшей версии редактора, либо доработка основанных на нём инструментов. Также возможна ситуация, в которой придётся полностью отказаться от разработанных инструментов если, например, разработчики Word полностью удалят критически важную для данного инструмента технологию из своей программы.

Существует и проблема, касающаяся формата XML. Несмотря на свою универсальность, он является достаточно громоздким и сложным, из-за чего принимаются активные попытки отказаться от него там, где это возможно. Пример этому – использующийся для передачи данных между клиентом и сервером в сети Интернет, формат JSON, также имеющий иерархическую структуру, но при этом обладающий гораздо более простым синтаксисом и часто показывающий большую эффективность [6].

При необходимости создания сложного шаблона можно столкнуться с ситуацией, когда сложность разработки XSL-трансформации будет сопоставима с написанием полноценной программы на языке общего назначения. Например, когда необходимо сгенерировать сложную таблицу, которая может содержать подтаблицы, в которых заранее неизвестно ни число строк, ни число столбцов.

Ещё одна проблема – это необходимость преобразования входных данных в формат XML. Хотя базы данных, основанные на SQL, уже имеют возможность получения результата в XML-формате, в последнее время набирают популярность No-SQL базы данных, где поддержки XML может и не быть. В этом случае пользователю придётся разрабатывать конвертер для преобразования полученных данных в XML.

Другое решение приводится в работе [7] для генерации записей в медицинской карте пациента. Сам процесс генерации документа описан в [8]. Как и в предыдущем случае, решение основано на Microsoft Office и формате XML. В качестве шаблона выступает word-документ с элементами управления содержанием внутри. Внутри этого документа содержится VBA-сценарий, описывающий привязку отдельных элементов управления к полям в XML-файле, в который заносятся или из которого читаются данные. Привязка выполняется с помощью Xpath-запросов (подробнее см. <https://www.w3.org/TR/1999/REC-xpath-19991116/>).

Этот подход также позволяет использовать уже известный пользователю инструмент, однако вместо XSL-трансформаций для описания алгоритма извлечения данных выбран язык общего назначения Visual Basic, что позволяет генерировать документы любой сложности, зная этот язык и умея работать с XPath-запросами.

Все возможные проблемы, вытекающие из использования XML, могут возникнуть и в данном случае. В дополнение, возникают затруднения в использовании других форматов, например, HL7, общепринятого формата медицинских данных.

Использование языка программирования общего назначения при написании сложного шаблона, по трудоёмкости может быть сопоставимо с написанием полноценной программы для генерации документа, что может обнулить преимущества данного подхода.

Интересный подход представлен в работе [9]. Основная идея заключается в разбиении шаблона документа на подшаблоны с разделением динамических и статических данных в каждом из них. Для шаблонов разработан простой язык разметки, встраиваемый в документ.

Основанный на XML и DOCX метод представлен в работе [10]. В отличие от других работ, описанная система сразу реализована в виде веб-сервиса для генерации word-документов.

Еще один основанный на XML и Freemarker (<https://freemarker.apache.org/>) метод предлагается в работе [11] для генерации отчётов о тестировании ПО. Как и в предыдущих методах, для создания начальной версии шаблона используется Microsoft Office Word.

Три описанных выше метода имеют те же преимущества и недостатки, что свойственны методам, основанных на XML и Microsoft Office. Обобщая, можно заметить, что практически все перечисленные подходы представляют двухфазную технологию формирования и генерации выходных документов, основанную на применении некоторого универсального текстового редактора [12].

Apache Cocomoon

Вариант решения задачи предлагает Apache Cocomoon – каркас для разработки веб-приложений (<https://cocomoon.apache.org/>). Основная идея применения Apache Cocomoon состоит в отделении управляющих функций от логики, содержания и стиля. Одним из главных элементов является карта сайта – файл, описывающий местонахождение разных компонентов и ресурсов, а также соответствие между разными путями и генераторами.

Для того, чтобы определить, какие действия нужно выполнять для пути, запрошенного пользователем, используются сопоставители, представляющие собой шаблон с описанием пути, к которому может обратиться пользователь – либо с помощью подстановочных символов, либо с помощью регулярного выражения. Если было выявлено соответствие с одним из сопоставителей, запускается генератор, который указан для него в карте сайта. Генератор может быть как обычным файлом, так и полноценным сценарием, генерирующим содержимое.

Далее вывод содержимого попадает в трансформатор, как правило, реализующий XSL-трансформацию, преобразующую полученный на предыдущем этапе XML-файл. Последний этап – это вызов сериалайзера, преобразующего полученные на ранее данные в итоговый документ.

В итоге конвейер обработки запроса при этом выглядит так:

1. Полученный запрос передаётся в конвейер, где он с помощью сопоставителей, описанных в карте сайта проверяется на соответствие одному из шаблонов.
2. Далее вызывается соответствующий этому генератору шаблон, возвращающий сырой XML-файл. При наличии соответствующего этому шаблону трансформатора, вызывается этот трансформатор.
3. После этого вызывается сериалайзер, который возвращает итоговый документ.

Apache Cocomoon предоставляет отличный способ генерации документов с большим числом разных элементов, которые можно описать в разных шаблонах и затем «собрать» в один документ. Также плюсом является использование формата XML, как основного.

Главной проблемой является то, что поддержка данного проекта была прекращена. По этой причине запуск его вместе с другими, более современными инструментами, может представлять некоторые сложности.

Дополнительные трудности создаёт ещё и то, что данная система не предоставляет специальных инструментов для генерации таких элементов документа, как сложные таблицы. Предполагается, что пользователь это сделает либо с помощью XSL-трансформаций, либо с помощью генераторов, написанных на языках общего назначения.

Данная система могла бы решать часть обсуждаемых задач, в частности, задачу разбиения шаблона документа на отдельные элементы. Однако прекращение её поддержки обуславливает то, что приведение её в рабочее состояние может потребовать усилий, сопоставимых с написанием новой подобной системы. То же самое относится к Apache Lenya (<https://lenya.apache.org/>), чья поддержка также была прекращена.

Abode Document Generation API

Основанный на шаблонах способ генерации документов представлен в API для генерации документов от компании Adobe. Используемая в данном подходе схема работы представлена на рисунке 2. Процесс генерации документа похож на описанный ранее способ, когда в word-документ, по сути являющийся XML-файлом, добавляются «теги», которые в процессе генерации заменяются на персонализированные для данного документа данные.

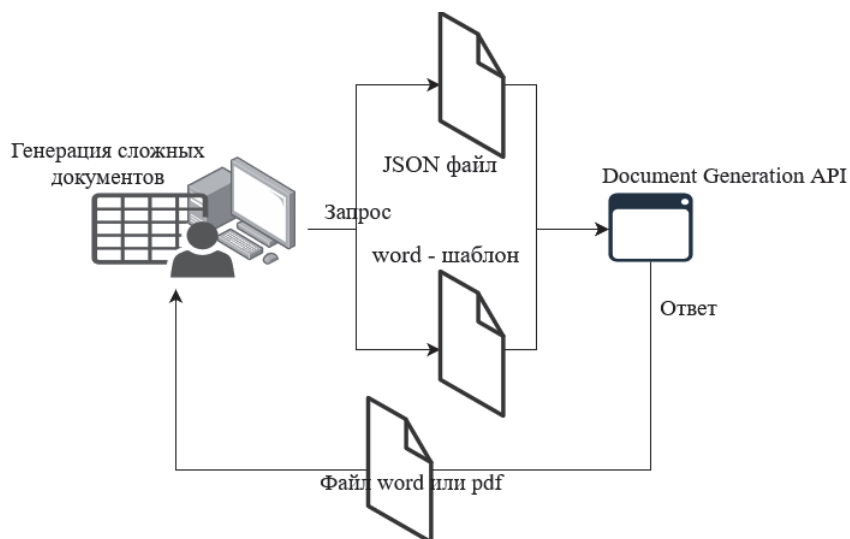


Рисунок 2 – Схема генерации документов с использованием Abode Document Generation API

Важной особенностью является тот факт, что входные данные, подставляемые в шаблон, могут использовать формат JSON, часто более удобный, чем XML. Сам API для генерации документов представлен на Java, Node.js и платформе .NET.

Теги, используемые в word-шаблоне, могут содержать другие теги. Есть возможность вставки в шаблон изображений и динамической генерации таблиц с фиксированным числом столбцов. Для создания word-шаблонов предусмотрено специальное дополнение для Microsoft Office Word, позволяющее добавлять теги в готовый документ.

Главным плюсом данного API является его простота и при этом достаточно большой набор возможностей. Большое преимущество – использование при генерации документа входных данных в формате JSON.

Однако эта разработка имеет недостатки: проприетарность со всеми вытекающими из неё проблемами и отсутствие возможности генерировать сложные таблицы с заранее неизвестным числом столбцов и колонок, отсутствие возможности генерировать графики.

Другие решения

Имеется ряд решений, имеющих полностью закрытый код и использующих для создания шаблонов, как правило, свой внутренний редактор документов. Примерами таких программ являются PandaDoc и Proposify (<https://www.proposify.com/>). Как правило, такие программы являются целыми комплексами, где генерация документов – только одна из функций. Подобные программы являются платными и подразумевают, что вокруг них будет строиться весь документооборот организации. По этой причине их использование исключительно для генерации документов является нецелесообразным, а часто и невозможным, так как форматы входных данных могут быть закрытыми.

Существуют специализированные отраслевые решения, например, генератор сборных табличных документов структурно сложных электротехнических систем [13]. Алгоритм состоит в том, что первоначально формируются простые фрагменты и выполняется параметрическая обработка, затем происходит объединение этих фрагментов в единый документ или комплект документов.

Исследователями предлагаются модели, в основе которых лежит классификация основных типов данных, используемых в документе, создание правил хранения файлов конфигурации. Например, представленная в работе [14] модель автоматического формирования документа, основанная на использовании VBA, ActiveX Data Object и XML. Однако, даже при разработке специального программного интерфейса, код шаблона будет содержать большое количество команд, не формирующих сам документ. Процедура будет сопровождаться значительной предварительной работой, обусловленной необходимостью создания конфигураций и правил, что увеличивает сложность изменения существующих шаблонов и создание новых.

С изменением представлений системной инженерии предлагались различные подходы для упрощения и автоматизации процесса генерации документов. Обзор примеров, демонстрирующий многообразие представлений, которые могут быть созданы, и дающий представление о том, как может быть построена базовая архитектура корпоративных приложений, поддерживающих этот подход, представлен в работах [15; 16]. Однако такой подход не позволяет в полной мере генерировать табличные документы с неизвестной заранее структурой.

Предлагаемое решение

Как уже было замечено, основная проблема формата XML, как формата шаблона, состоит в сложности его синтаксиса, что требует его обработки сторонним программным обеспечением или библиотеками. Тем не менее в Apache Saxon был представлен интересный метод описания шаблона, где он разбивается на отдельные шаблоны и конвертеры, преобразующие входные и выходные данные. Также можно заметить, что необязательно использовать формат XML как единственный.

Можно предложить ещё один метод – разработку своего языка шаблонов, не основанного на XML, но совместимого с ним.

Язык шаблонов можно разбить на несколько вспомогательных языков, каждый из которых будет наилучшим образом описывать свой элемент документа. Сам шаблон также можно разбить на конструкции («подшаблоны»), которые могут состоять из других конструкций и формировать дерево. Такие конструкции подобны блокам XML-разметки с тем отличием, что они могут быть написаны на разных языках, в зависимости от типа элемента, генерируемого этой конструкцией.

Для корневого шаблона может использоваться простой макроязык, имеющий синтаксис, похожий на Makefile, или шаблон макроязыка M4. Этот макроязык не будет содержать сложных функций преобразования данных и будет служить неким «клеем», склеивающим разные конструкции, описывающие элементы документа.

При таком подходе необходимо обеспечить поддержку возможно большего числа распространённых форматов входных и выходных данных. Это можно сделать посредством конвертеров – простых программ, которые будут преобразовывать входные данные из требуемого формата во внутренний формат системы или наоборот. Пример концепции и реализации подобного подхода приведен в работах [17; 18].

Главным преимуществом является то, что отсутствует привязка к определенной технологии. Благодаря этому можно генерировать более сложные документы, чем при подходе на основе XML. Например, документы со сложными таблицами, где заранее неизвестно ни число строк, ни число столбцов и одна таблица может быть вложена в другую.

Так как при данном подходе система генерации документов будет иметь модульную структуру, даже при необходимости работы с каким-то новым форматом достаточно будет написать модуль-конвертер для преобразования этих данных во внутренний формат и наоборот.

Минусом данного подхода является необходимость освоения оператором используемых в шаблонах языков. Однако предполагается, что в силу специфики решаемой проблемы данные языки будут иметь максимально простой синтаксис, и для решения типовых задач необходимо будет освоить всего несколько основных команд каждого такого языка.

Заключение

На основе проведенного анализа было установлено, что для генерации документов на основе несложных шаблонов с фиксированной структурой хорошо подходит и часто используется на практике формат XML. Однако сам формат, хоть и является стандартом во многих областях, достаточно сложен. Эту проблему можно решить, отказавшись от него как от внутреннего формата в пользу более простых форматов, например, JSON или CSV.

Выявлено, что многие существующие решения используют Microsoft Office Word и другие проприетарные программы. Несмотря на распространённость

и удобство в освоении таких программ, системы, разработанные на их основе, становятся зависимы от них.

Другая выявленная проблема – это отсутствие универсального инструмента для генерации сложных таблиц. Как правило, это делается с помощью вставок на языках программирования общего назначения, что часто требует написания большого количества повторяющегося от шаблона к шаблону программного кода.

На данный момент для решения поставленной задачи не найдено доступного готового универсального решения. В данной работе предлагается подход, при котором для разных элементов документа используются разные шаблоны, а затем из сгенерированных на их основе элементов формируется целый документ. Это является основой для предложения системы, использующей разные типы шаблонов для разных элементов. Одним из таких типов шаблонов является описание таблицы на специальном языке для генерации таблиц. Такой язык может быть максимально простым и позволяющим описывать структуру таблиц с минимальным количеством программного кода. Предполагается отказ от использования XML как внутреннего формата с целью избежать отмеченных проблем, имеющих в существующих системах.

Литература

1. Киреев П.С. Средства автоматизированной генерации электронных таблиц уникальной структуры // Новые информационные технологии в научных исследованиях: материалы XXV Юбилейной Всероссийской научно-технической конференции студентов, молодых ученых и специалистов. Рязань: ИП Коняхин А.В. (Book Jet). 2020. С. 146-147.
2. Шандирова Ф.М., Максимов А.В. Средства программирования для генерации отчетов в виде электронных таблиц средствами PHP // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 8-1(19-1). С. 416-419. DOI: 10.12737/15463.
3. Миронов В.В., Шакирова Г.Р., Яфаев В.Э. Информационная технология персонализации электронных документов Microsoft Office в Web-среде на основе XML // Вестник УГАТУ. 2008. № 2. С. 112-122.
4. Яфаев В.Э. XML-технология создания на WEB-сервере персонализированных word-документов на основе XSL-трансформации: автореф. дис. . канд. тех. наук. Уфа, 2009. 19 с.
5. Миронов В.В., Шакирова Г.Р., Яфаев В.Э. Иерархическая модель персонализированных документов и ее XML-реализация // Вестник УГАТУ. 2008. № 1. С. 164-174.
6. Breje A.R. et al. Comparative study of data sending methods for XML and JSON models // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. 2018. Vol. 9. No. 12. P. 198-204. DOI: 10.14569/IJACSA.2018.091229.
7. Фам В.Т. Алгоритмические и программные средства интеграции данных при создании электронных медицинских карт: автореф. дис. . канд. тех. наук. Томск, 2011. 22 с.

8. Фам В.Т., Пономарёв А.А. Организация медицинской информационной системы с использованием электронных клинических документов в стандарте HL7 CDA при поддержке форматов Office Open XML // Известия ТПУ. 2010. № 5. С. 177-182.
9. Пенькова Т.Г. Функциональная модель генерации документов на основе специализированных шаблонов // Вестник КрасГАУ. 2008. № 5. С. 55-62.
10. Карышев А.А., Афанасьев В.Р. Разработка WEB-сервиса для автоматизированной генерации документов на основе DOCX-шаблонов // Известия Тульского Государственного Университета. Технические науки. 2017. № 5. С. 290-297.
11. Qu M., Wu X., Tao Y., Liu Y. Research on generating method of embedded software test document based on dynamic model // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 322. 062018. DOI: 10.1088/1757-899X/322/6/062018.
12. Большаков С.А., Спиридонов С.Б. Двухфазная технология формирования выходных документов в информационных системах на основе MS Word // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный журнал. 2015. № 08. С. 252-268. DOI: 10.7463/0815.0786571.
13. Целищев Е.С., Кудряшов И.С., Шемякин А.Н. Генератор сборных табличных документов структурно сложных электротехнических систем // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020617963, 15.07.2020. Заявка № 2020616958 от 08.07.2020.
14. Mi L. et al. Construction and application of an automatic document generation model // 2018 26th International Conference on Geoinformatics. Kunming, China, 2018. DOI: 10.1109/GEOINFORMATICS.2018.8557127.
15. Bao T., Yang J., Yang Y., Yin Y. RM2Doc: a tool for automatic generation of requirements documents from requirements models // Proceedings of the ACM/IEEE 44th International Conference on Software Engineering: Companion Proceedings (ICSE '22). Association for Computing Machinery. New York, NY. USA. 2022. P. 188-192. DOI: 10.1145/3510454.3516850.
16. Delp C., Lam D., Fosse E., Lee C.-Y. Model based document and report generation for systems engineering // 2013 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT. USA. 2013. P. 1-11. DOI: 10.1109/AERO.2013.6496926.
17. Белых Е.А., Гольчевский Ю.В. Подход к проектированию языка подстановок для генерации электронных документов, содержащих сложные таблицы // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2019. Т. 29. Вып. 3. С. 422-437. DOI: 10.20537/vm190311.
18. Белых Е.А., Гольчевский Ю.В. Улучшение языка для генерации таблиц в документах // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2023. Вып. 3(48). С. 49-71. DOI: 10.34130/1992-2752_2023_3_49.

УДК 537.874.4

**Анализ влияния наклонов статистически шероховатой поверхности
на величину отраженного сверхвысокочастотного сигнала**

Владимир Иванович Воловач, доктор технических наук, доцент,
и.о. директора Высшей школы передовых производственных технологий,
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования,
Поволжский государственный университет сервиса, г. Тольятти,
Эдуард Рифович Жданов, кандидат физико-математических наук,
доцент, заведующий лабораторией
«СВЧ техника и радиопоглощающие покрытия»,
ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет»,
г. Москва

Рассмотрено и проанализировано влияния наклонов статистически шероховатой поверхности на величину отраженного сигнала. Проанализировано выражение для мощности некогерентной составляющей сверхвысокочастотного сигнала, отраженного от статистически неровной поверхности. Проведен анализ влияния корреляции наклонов поверхности на величину отраженного сигнала с учетом зависимости наклонов от высоты поверхности и локального характера коэффициентов отражения Френеля.

Статистически неровная поверхность, величина отраженного сигнала, энергетические параметры передатчика, шероховатая отражающая поверхность, коэффициенты отражения Френеля, диаграмма направленности антенны.

**Analysis of the effect of slopes of a statistically rough surface on the
magnitude of the reflected microwave signal**

Vladimir Ivanovich Volovach, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor,
Acting Director of the Higher School of Advanced Production Technologies,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education,
Volga Region State University of Service, Tolyatti,
Eduard Rifovich Zhdanov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor, Head of the laboratory
«Microwave technology and radio-absorbing coatings»
MIREA – Russian Technological University, Moscow

The influence of slopes of a statistically rough surface on the magnitude of the reflected signal is considered and analyzed. The expression for the power of the incoherent component of an ultrahigh frequency signal reflected from a statistically uneven surface is analyzed. The influence of the correlation of surface slopes on the reflected signal value is analyzed, taking into account the dependence of slopes on the height of

the surface and the local nature of the Fresnel reflection coefficients.

Statistically uneven surface, reflected signal magnitude, energy parameters of the transmitter, rough reflective surface, Fresnel reflection coefficients, antenna radiation pattern.

Введение. Вопросам влияния шероховатости поверхности на величину отраженного сверхвысокочастотного (СВЧ) сигнала посвящено довольно большое количество исследований [1-7].

Однако, как правило, при расчетах полей, отраженных от статистически неровных поверхностей (например, морской глади), корреляцию наклонов поверхности обычно не учитывают [12-14].

Рассмотрим и проанализируем расчет полей с учетом влияния локального характера коэффициентов отражения Френеля, корреляции наклонов поверхности и зависимости наклонов от высоты поверхности.

Расчет полей с учетом влияния локального характера коэффициентов отражения Френеля, корреляции наклонов поверхности и зависимости наклонов от высоты поверхности

Пусть статистически неровная поверхность $h = h(x, y)$ с конечной диэлектрической проницаемостью $\epsilon(x, y)$, для которой выполняется условие применимости метода Кирхгофа, облучается из точки $A(0, 0, Z_0)$ монохроматической электромагнитной волной СВЧ-диапазона (рисунок 1).

Как известно [5], средняя интенсивность (дисперсия), характеризующая некогерентную составляющую отраженного сигнала, может быть определена согласно выражению

$$\begin{aligned} I_n = & \left(\frac{Q}{\lambda R_0^2} \right)^2 \iint_S G^2(\alpha_a, \beta_a) \iint_S G^2(\alpha'_a, \beta'_a) \times \\ & \times \exp\{-2ik(R_1 - R'_1)\} \times \\ & \times \iiint_{-\infty}^{\infty} \iiint F_n(h'_x, h'_y, \alpha, \beta, \epsilon) F_n(h'_{xr}, h'_{yr}, \alpha_r, \beta_r, \epsilon_r) \times \\ & \times \exp\{-2ik(h - h_r)\cos\beta\} W_6(h, h_r, h'_x, h'_{xr}, h'_y, h'_{yr}) \times \\ & \times dx dy dx_r dy_r dh dh_r dh'_x dh'_{xr} dh'_y dh'_{yr}, \end{aligned} \quad (1)$$

где Q – величина, характеризующая энергетические параметры приемопередатчика; λ – длина излучаемой волны; $k = 2\pi/\lambda$; $G(\alpha_a, \beta_a)$ – функция, описывающая нормированную диаграмму направленности антенны (ДНА); S – проекция облучаемой площадки поверхности на плоскость XOY ; $W_6(h, h_r, h'_x, h'_{xr}, h'_y, h'_{yr})$ – совместная плотность распределения вероятностей (ПРВ) ординат поверхности и их производных в точках, разнесенных на расстояние r ; F_n – функции, аналитические выражения для которых приведены в работе [5]; $\alpha, \beta, \alpha_a, \beta_a, R_0, R_1, R'_1$ – указаны на рисунке 1.

$$\begin{aligned}\dot{F}_n = & \dot{b}_{0,n} + \dot{b}_{1,n}h'_x + \dot{b}_{2,n}(h'_x)^2 + \dot{c}_{1,n}h'_y + \\ & + \dot{c}_{2,n}(h'_y)^2 + \dot{d}_{2,n}h'_xh'_y.\end{aligned}\quad (2)$$

Выражения для коэффициентов разложения, входящие в (2), будут приведены ниже.

Подставив (2) в (1), сделав почленное усреднение, обозначив при этом для удобства вычислений $\exp\{-2ik(h - h_r)\cos\beta\}$ через $\varphi(h, h_r)$, получим

$$\begin{aligned}\langle \dot{F}_n F_n^* \varphi \rangle = & |\dot{b}_{0,n}|^2 \langle \varphi \rangle + \dot{b}_{0,n} \langle [\dot{b}_{1,n}^* h'_{xr} + \dot{b}_{2,n}^* (h'_{xr})^2] \varphi \rangle + \\ & + \dot{b}_{0,n}^* \langle [\dot{b}_{1,n} h'_x + \dot{b}_{2,n} (h'_x)^2] \varphi \rangle + \\ & + \dot{b}_{0,n} \langle [\dot{c}_{1,n}^* h'_{yr} + \dot{c}_{2,n}^* (h'_{yr})^2] \varphi \rangle + \\ & + \dot{b}_{0,n}^* \langle [\dot{c}_{1,n} h'_y + \dot{c}_{2,n} (h'_y)^2] \varphi \rangle + \dot{b}_{0,n} \dot{d}_{2,n}^* \langle h'_{xr} h'_{yr} \varphi \rangle + \\ & + \dot{b}_{0,n} \dot{d}_{2,n} \langle h'_x h'_y \varphi \rangle + |\dot{b}_{1,n}|^2 \langle h'_x h'_{xr} \varphi \rangle + \dot{b}_{1,n} \dot{c}_{1,n}^* \langle h'_x h'_{yr} \varphi \rangle + \\ & + \dot{c}_{1,n} \dot{b}_{1,n}^* \langle h'_y h'_{xr} \varphi \rangle + |\dot{c}_{1,n}|^2 \langle h'_y h'_{yr} \varphi \rangle.\end{aligned}\quad (3)$$

Для многих практически важных случаев $h = h(x, y)$ является однородным нормальным случайным полем.

Определение ПРВ подсистемы нормально распределенной системы

Учитывая, что любая подсистема нормально распределенной системы имеет нормальное распределение, найдем ПРВ подсистем, входящих в правую часть равенства (3):

$$W_2(h, h_r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{h^2-2\rho hh_r+h_r^2}{2(1-\rho^2)}\right\}, \quad (4)$$

где $\rho(u, v)$ – нормальная корреляционная функция поверхности; $u = x_r - x$, $v = y_r - y$; σ^2 – дисперсия ординат поверхности,

$$W_3(h_1, h_2, h_3) = \frac{1}{\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sqrt{(2\pi)^3 D_3}} \exp\left\{-\frac{1}{2D_3} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{D_{ij}h_i h_j}{\sigma_i \sigma_j}\right\}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned}W_4(h_1, h_2, h_3, h_4) = & \frac{1}{\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4\sqrt{D_4}(2\pi)^2} \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{1}{2D_4} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{D_{ij}h_i h_j}{\sigma_i \sigma_j}\right\},\end{aligned}\quad (6)$$

где

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad D_4 = \begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 & \rho_{34} \\ \rho_{14} & \rho_{24} & \rho_{34} & 1 \end{vmatrix}, \quad (7)$$

D_{ij} – алгебраические дополнения соответствующей корреляционной матрицы $\|D\|$; $\rho_{ij} = \rho(h_i, h_j)$ – коэффициенты корреляции случайных величин h_i, h_j ;

$$\sigma_i = \sigma(h_i), \sigma_j = \sigma(h_j).$$

Вычисляя коэффициенты корреляции, получим

$$\begin{aligned} \rho(h, h_r) &= \rho(u, v), \\ \rho(h, h'_x) &= \rho(h, h'_y) = \rho(h, h'_{xr}) = \rho(h_r, h_{yr}) = 0, \\ \rho(h, h'_{xr}) &= \frac{\sigma}{\sigma_x} \rho'_u, \rho(h, h'_{yr}) = \frac{\sigma}{\sigma_y} \rho'_v, \rho(h_r, h'_x) = \frac{\sigma}{\sigma_x} \rho'_u, \\ \rho(h_r, h'_y) &= \frac{\sigma}{\sigma_y} \rho'_v, \rho(h'_x, h'_{xr}) = -\frac{\sigma^2}{\sigma_x^2} \rho''_u, \rho(h'_y, h'_{yr}) = -\frac{\sigma^2}{\sigma_y^2} \rho''_v, \\ \rho(h'_x, h'_{xr}) &= -\frac{\sigma^2}{\sigma_x \sigma_y} \rho''_{uv}, \rho(h'_y, h'_y) = \rho(h'_{xr}, h'_{yr}) = -\frac{\sigma^2}{\sigma_x \sigma_y} \rho''_{uv}(0). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь σ_x^2 и σ_y^2 – дисперсии тангенсов углов наклона поверхности в направлении координатных осей Ox и Oy .

Подставив (8) в (7) и вычислив определители и алгебраические дополнения D_{ij} , найдем необходимые для дальнейшего усреднения ПРВ:

$$\begin{aligned} &W_3(h, h_r, h'_{xr}), W_3(h, h_r, h'_x), \\ &W_3(h, h_r, h'_{yr}), W_3(h, h_r, h'_y), \\ &W_4(h, h_r, h'_{xr}, h'_{yr}), W_4(h, h_r, h'_x, h'_y), \\ &W_4(h, h_r, h'_x, h'_{xr}), W_4(h, h_r, h'_y, h'_{yr}), W_4(h, h_r, h'_y, h'_{xr}). \end{aligned}$$

Воспользовавшись выражениями для ПРВ, проведем окончательное усреднение в (3). Опуская промежуточные выкладки, получим

$$\begin{aligned} \langle \dot{F}_n F_n^* \varphi \rangle &= \exp\{-4k^2 \sigma^2 \cos^2 \beta (1 - \rho)\} \{ |\dot{b}_{0,n}|^2 - \\ &- 2ik \cos \beta \sigma^2 \rho'_u 2\text{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{b}_{1,n}^* + [\sigma_x^2 - 4k^2 \cos^2 \beta \sigma^4 (\rho'_u)^2] 2\text{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{b}_{2,n}^* - \\ &- 2ik \cos \beta \sigma^2 \rho'_v 2\text{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{c}_{1,n}^* + [\sigma_y^2 - 4k^2 \cos^2 \beta \sigma^4 (\rho'_v)^2] 2\text{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{c}_{2,n}^* - \\ &- [4k^2 \cos^2 \beta \sigma^4 \rho'_u \rho'_v + \sigma^2 \rho''_{uv}(0)] 2\text{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{d}_{2,n}^* - \\ &- [4k^2 \cos^2 \beta \sigma^4 (\rho'_u)^2 + \sigma^2 \rho''_u] |\dot{b}_{1,n}|^2 - \\ &- [4k^2 \cos^2 \beta \sigma^4 (\rho'_v)^2 + \sigma^2 \rho''_v] |\dot{c}_{1,n}|^2 - \\ &- (4k^2 \cos^2 \beta \sigma^4 \rho'_u \rho'_v + \sigma^2 \rho''_{uv}) 2\text{Re} \dot{b}_{1,n} \dot{c}_{1,n}^* \}. \end{aligned} \quad (9)$$

Аппроксимируем корреляционную функцию поверхности $\rho(u, v)$, ДНА $G(\alpha_a, \beta_a)$ и расстояние R_1 следующими выражениями:

$$\rho(u, v) = 1 - \frac{\sigma_x^2}{2\sigma^2} u^2 - r_{xy} \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma^2} - \frac{\sigma_y^2}{2\sigma^2} v^2, \quad (10)$$

где r_{xy} – коэффициент корреляции наклонов поверхности к осям Ox и Oy ,

$$G(\alpha_a, \beta_a) = \exp\left\{-1,38 \frac{(x-x_0)^2 \cos^2 \beta + y^2}{\theta_a^2 R_0^2}\right\}, \quad (11)$$

где θ_a – ширина ДНА,

$$R_1 = R_0 + (x - x_0)\sin\beta + \frac{(x-x_0)^2\cos^2\beta+y^2}{2R_0}. \quad (12)$$

Подставив (9)-(12) в формулу (1) и распространив пределы интегрирования до бесконечности, что возможно в силу экспоненциального убывания подинтегральной функции за пределами области S , после вычисления интегралов получим

$$\begin{aligned} I_n = & \left(\frac{Q}{\lambda R_0^2}\right)^2 \frac{\pi^2 \theta_a^4 R_0^4}{\cos^2 \beta \tilde{\sigma}_x \tilde{\sigma}_y(0) \sqrt{1-\tilde{r}^2}} \exp \left\{ -\frac{5,52 k^2 \theta_a^2 R_0^2 \operatorname{tg}^2 \beta}{\tilde{\sigma}_x^2 (1-\tilde{r}^2)} \right\} \times \\ & \times \left[|\dot{b}_{0,n}|^2 - 22 \operatorname{Re} \dot{b}_{0,r} \left(\dot{b}_{1,n}^* \frac{k^2 \theta_a^2 R_0^2 \tilde{\sigma}_y^2(r_{xy}) \sigma_x^2 \operatorname{tg} \beta}{\tilde{\sigma}_x^2 \tilde{\sigma}_y^2(0)(1-\tilde{r}^2)} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \dot{c}_{1,n}^* \frac{k^2 \theta_a^2 R_0^2 r_{xy} \sigma_x \sigma_y \tilde{\sigma}_y^2(1) \operatorname{tg} \beta}{\tilde{\sigma}_x^2 \tilde{\sigma}_y^2(0)(1-\tilde{r}^2)} \right) + (|\dot{b}_{1,n}|^2 + 2 \operatorname{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{b}_{2,n}) \times \right. \\ & \times \left(\frac{\sigma_x^2 \tilde{\sigma}_y^2(1) \tilde{\sigma}_y^2(r_{xy})}{\tilde{\sigma}_x^2 \tilde{\sigma}_y^2(0)(1-\tilde{r}^2)} + 121 \frac{k^4 \theta_a^4 R_0^4 \tilde{\sigma}_y^4(r_{xy}) \sigma_x^4 \operatorname{tg}^2 \beta}{\tilde{\sigma}_x^4 \tilde{\sigma}_y^4(0)(1-\tilde{r}^2)} \right) \\ & + + (|\dot{c}_{1,n}|^2 - 2 \operatorname{Re} \dot{b}_{0,r} \dot{c}_{2,n}) \times \\ & \times \left(\frac{\sigma_y^2 \tilde{\sigma}_y^2(1)}{\tilde{\sigma}_y^2(0)} - \frac{11 k^2 \theta_a^2 R_0^2 \sigma_x^2 \sigma_y^2 \tilde{\sigma}_y^4(1) r_{xy}^2}{\tilde{\sigma}_x^2 \tilde{\sigma}_y^4(0)(1-\tilde{r}^2)} + \right. \\ & + 121 \frac{k^4 \theta_a^4 R_0^4 r_{xy}^2 \sigma_x^2 \sigma_y^2 \tilde{\sigma}_y^4(1) \operatorname{tg}^2 \beta}{\tilde{\sigma}_x^4 \tilde{\sigma}_y^4(0)(1-\tilde{r}^2)^2} + \\ & + 2(\operatorname{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{d}_{2,n} + \operatorname{Re} \dot{b}_{1,n} \dot{c}_{1,n}) r_{xy} \sigma_x \sigma_y \times \\ & \times \left(\frac{\tilde{\sigma}_y^2(1)}{\tilde{\sigma}_y^2(0)} - \frac{11 k^2 \theta_a^2 R_0^2 \sigma_x^2 \tilde{\sigma}_y^2(1) \tilde{\sigma}_y^2(r_{xy})}{\tilde{\sigma}_x^2 \tilde{\sigma}_y^4(0)(1-\tilde{r}^2)} - \right. \\ & \left. \left. - 121 \frac{k^4 \theta_a^4 R_0^4 r_{xy}^2 \sigma_x^2 \tilde{\sigma}_y^4(1) \tilde{\sigma}_y^2(r_{xy}) \operatorname{tg}^2 \beta}{\tilde{\sigma}_x^4 \tilde{\sigma}_y^4(0)(1-\tilde{r}^2)^2} \right) \right], \quad (13) \end{aligned}$$

где

$$\tilde{\sigma}_y^2(r_{xy}) = (2,76)^2 + 11 k^2 \theta_a^2 R_0^2 \cos^2 \beta \sigma_y^2 (1 - r_{xy}^2) + k^4 \theta_a^4 R_0^2;$$

$$\tilde{\sigma}_x^2 = (2,76)^2 + 11 k^2 \theta_a^2 R_0^2 \sigma_x^2 + k^4 \theta_a^4 R_0^2;$$

$$\tilde{r} = \frac{11 k^2 \theta_a^2 R_0^2 \cos \beta r_{xy} \sigma_x \sigma_y}{\tilde{\sigma}_x \tilde{\sigma}_y(0)}.$$

Учитывая, что $k^2 \theta_a^2 R_0^2 \gg (2,76)^2$, упростим выражение (13)

$$\begin{aligned} I_n = & \frac{Q^2 \theta_a^2}{R_0^4 \cos^2 \beta \sigma(r_{xy})} \exp \left\{ -\frac{5,52 \operatorname{tg}^2 \beta \tilde{\sigma}_y^2(0)}{\sigma^2(r_{xy})} \right\} \left\{ |\dot{b}_{0,n}|^2 - \right. \\ & - \frac{22 \sigma_x \operatorname{tg} \beta}{\sigma^2(r_{xy})} [\operatorname{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{b}_{1,n}^* \sigma_x \sigma_y^2(r_{xy}) + \operatorname{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{c}_{1,n}^* r_{xy} \sigma_y \theta_a^2] + \\ & + \left(\theta_a^2 + \frac{121 \sigma_x^2 \sigma_y^2(r_{xy}) \operatorname{tg}^2 \beta}{\sigma^2(r_{xy})} \right) \frac{\sigma_x \theta_a^2}{\sigma^2(r_{xy})} [(|\dot{b}_{1,n}|^2 + 2 \operatorname{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{b}_{2,n}^*) \sigma_x \sigma_y^2(r_{xy}) + \\ & + 2(\operatorname{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{d}_{2,n}^* + \operatorname{Re} \dot{b}_{1,n} \dot{c}_{1,n}^*) r_{xy} \sigma_y] + (|\dot{c}_{1,n}|^2 + 2 \operatorname{Re} \dot{b}_{0,n} \dot{c}_{2,n}^*) \times \end{aligned}$$

$$\times \frac{\sigma_y^2 \theta_a^2}{\sigma^2(r_{xy})} \left(\sigma_x^2(r_{xy}) + \frac{121 r_{xy}^2 \sigma_x^2 \theta_a^2 \operatorname{tg}^2 \beta}{\sigma^2(r_{xy})} \right) \Bigg\}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_y^2(r_{xy}) &= 11 \cos^2 \beta \sigma_y^2(1 - r_{xy}^2) + \theta_a^2, \\ \sigma_x^2(r_{xy}) &= 11 \sigma_x^2(1 - r_{xy}^2) + \theta_a^2, \\ \sigma^2(r_{xy}) &= 11 \sigma_x^2 \sigma_y^2(r_{xy}) + \theta_a^2 \sigma_y^2(0). \end{aligned} \quad (15)$$

Определение средней интенсивности (дисперсии) для вертикальной и горизонтальной поляризации

Для вертикальной и горизонтальной поляризации ($n = 1; 4$) $\dot{b}_{0,n} \neq 0$, поэтому

$$\begin{aligned} I_n &= \frac{Q^2 \theta_a^2 |\dot{b}_{0,n}|^2}{R_0^2 4 \cos^2 \beta \sigma(r_{xy})} \exp \left\{ -\frac{5,52 \operatorname{tg}^2 \beta \sigma_y^2(0)}{\sigma^2(r_{xy})} \right\} \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{22 \sigma_x \operatorname{tg} \beta}{\sigma^2(r_{xy})} \left[\operatorname{Re} \frac{\dot{b}_{1,n}}{\dot{b}_{0,n}} \sigma_x \sigma_y^2(r_{xy}) + r_{xy} \sigma_y \theta_a^2 \operatorname{Re} \frac{\dot{c}_{1,n}}{\dot{b}_{0,n}} \right] + \right. \\ &+ \left(\theta_a^2 + \frac{121 \sigma_x^2 \sigma_y^2(r_{xy}) \operatorname{tg}^2 \beta}{\sigma^2(r_{xy})} \right) \frac{\sigma_x \theta_a^2}{\sigma^2(r_{xy})} \left[\sigma_x \sigma_y^2(r_{xy}) \left(\left| \frac{\dot{b}_{1,n}}{\dot{b}_{0,n}} \right|^2 + 2 \operatorname{Re} \frac{\dot{b}_{1,n}}{\dot{b}_{0,n}} \right) + \right. \\ &+ \left. \left. \frac{\sigma_y^2 \theta_a^2}{\sigma^2(r_{xy})} \left(\sigma^2(r_{xy}) + \frac{121 r_{xy}^2 \sigma_x^2 \theta_a^2 \operatorname{tg}^2 \beta}{\sigma^2(r_{xy})} \right) \left(\left| \frac{\dot{c}_{1,n}}{\dot{b}_{0,n}} \right|^2 + 2 \operatorname{Re} \frac{\dot{c}_{2,n}}{\dot{b}_{0,n}} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{b}_{0,1} &= \frac{\dot{\varepsilon} \cos \beta - \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta}}{\dot{\varepsilon} \cos \beta + \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta}} \cos \beta; \\ \dot{b}_{0,4} &= \frac{\sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta} - \cos \beta}{\sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta} + \cos \beta} \cos \beta; \\ \frac{\dot{b}_{1,1}}{\dot{b}_{0,1}} &= \operatorname{tg} \beta \cos \alpha \left(1 + \frac{2 \dot{\varepsilon} \cos \beta}{\sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta} (\dot{\varepsilon} \cos^2 \beta - \sin^2 \beta)} \right); \\ \frac{\dot{b}_{1,4}}{\dot{b}_{0,4}} &= \operatorname{tg} \beta \cos \alpha \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta}} \right); \\ \frac{\dot{b}_{2,1}}{\dot{b}_{0,1}} &= \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos \beta \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta} - \sin^2 \beta} + \\ &+ (2 \sin^2 \beta \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \frac{3 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \cos^2 \alpha}{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta} - \\ &- \frac{2 \dot{\varepsilon} (\dot{\varepsilon} - 1) \sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\dot{\varepsilon} \cos \beta + \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta}} \frac{\cos \beta}{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta}) \times \\ &\times \frac{\dot{\varepsilon}}{\sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta} \cos \beta (\dot{\varepsilon} \cos^2 \beta - \sin^2 \beta)}; \\ \frac{\dot{b}_{2,4}}{\dot{b}_{0,4}} &= (\cos^2 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \alpha + \\ &+ \frac{\sin^2 \beta \cos^2 \beta \cos^2 \alpha}{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta} + \frac{2 \sin^2 \beta \cos^2 \alpha \cos \beta}{\sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta}}) \times \\ &\times \frac{1}{\cos \beta \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta}} + \frac{2 \cos^3 \beta \sin^2 \alpha}{(\dot{\varepsilon} \cos \beta + \sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta}) (\sqrt{\dot{\varepsilon} - \sin^2 \beta} - \cos \beta)}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}\frac{\dot{d}_{2,1}}{\dot{b}_{0,1}} &= \sin 2\alpha \left[\frac{2}{\sin^2 \beta - \cos \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \beta}} + \right. \\ &+ \left. \frac{\varepsilon \sin^2 \beta [\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \beta} (2\varepsilon - 2 - \cos^2 \beta) - \varepsilon \cos^3 \beta]}{\cos \beta (\varepsilon \cos^2 \beta - \sin^2 \beta) (\varepsilon \cos \beta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \beta}) (\varepsilon - \sin^2 \beta)^{3/2}} \right]; \\ \frac{\dot{d}_{2,4}}{\dot{b}_{0,1}} &= \sin 2\alpha \left[\frac{2}{\sin^2 \beta + \cos \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \beta}} + \right. \\ &+ \left. \frac{\sin^2 \beta [2 \cos \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \beta} - 2\varepsilon + \cos^2 \beta + 2 \sin^2 \beta]}{\cos \beta (\varepsilon - \sin^2 \beta)^{3/2}} \right].\end{aligned}$$

Коэффициенты $\dot{c}_{1,1}/\dot{b}_{0,1}$, $\dot{c}_{1,4}/\dot{b}_{0,4}$, $\dot{c}_{2,1}/\dot{b}_{0,1}$, $\dot{c}_{2,4}/\dot{b}_{0,4}$ получаются соответственно из соотношений $\dot{b}_{1,1}/\dot{b}_{0,1}$, $\dot{b}_{1,4}/\dot{b}_{0,4}$, $\dot{b}_{2,1}/\dot{b}_{0,1}$, $\dot{b}_{2,4}/\dot{b}_{0,4}$ заменой $\cos \alpha$ на $\sin \alpha$, а $\sin \alpha$ на $\cos \alpha$.

Для полей перекрестных поляризаций ($n = 2, 3$) $\dot{b}_{0,2} = \dot{b}_{0,3} = 0$, поэтому

$$\begin{aligned}I_2 = I_3 &= \frac{Q^2 \theta_a^2 |\dot{b}_{1,2}|^2}{4 \cos^2 \beta R_0^2 \sigma(r_{xy})} \exp \left\{ -\frac{5,52 \operatorname{tg}^2 \beta \sigma_y^2(0)}{\sigma^2(r_{xy})} \right\} \times \\ &\times \left[\left(\theta_a^2 + \frac{121 \sigma_x^2 \sigma_y^2(r_{xy}) \operatorname{tg}^2 \beta}{\sigma^2(r_{xy})} \right) \frac{\sigma_x \theta_a^2}{\sigma^2(r_{xy})} \left(\sigma_x \sigma_y^2(r_{xy}) + 2 r_{xy} \sigma_y \operatorname{Re} \frac{\dot{c}_{1,2}}{\dot{b}_{1,2}} \right) + \right. \\ &+ \left. \left| \frac{\dot{c}_{1,2}}{\dot{b}_{1,2}} \right|^2 \frac{\sigma_y^2 \theta_a^2}{\sigma^2(r_{xy})} \left(\sigma^2(r_{xy}) + \frac{121 r_{xy}^2 \sigma_x^2 \theta_a^2 \operatorname{tg}^2 \beta}{\sigma^2(r_{xy})} \right) \right],\end{aligned}\quad (18)$$

где

$$\dot{b}_{1,2} = \frac{2(1-\varepsilon) \sin \beta \cos \beta}{(\varepsilon \cos \beta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \beta})(\cos \beta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \beta})}, \quad \frac{\dot{c}_{1,2}}{\dot{b}_{1,2}} = -\operatorname{ctg} \alpha. \quad (19)$$

Частные случаи

В частном случае для поверхностей с большой по модулю диэлектрической проницаемостью ε (например, для морской поверхности), выражения для коэффициентов (17) и (19) упрощаются:

$$\begin{aligned}\dot{b}_{0,1} &= \cos \beta - \frac{2}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \dot{b}_{0,4} = \cos \beta - \frac{2 \cos^2 \beta}{\sqrt{\varepsilon}}, \\ \frac{\dot{b}_{1,1}}{\dot{b}_{0,1}} &= \operatorname{tg} \beta \cos \alpha \left(1 + \frac{2 \cos \beta}{\sqrt{\varepsilon}} \right), \quad \frac{\dot{b}_{1,4}}{\dot{b}_{0,4}} = \operatorname{tg} \beta \cos \alpha \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\varepsilon}} \right), \\ \frac{\dot{b}_{2,1}}{\dot{b}_{0,1}} &= \frac{-\cos \beta}{\cos \beta \sqrt{\varepsilon}}, \quad \frac{\dot{b}_{2,4}}{\dot{b}_{0,4}} = \frac{\cos^2 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\cos \beta \sqrt{\varepsilon}}, \\ \frac{\dot{d}_{2,1}}{\dot{b}_{0,1}} &= \frac{-2 \sin 2\alpha}{\cos \beta \sqrt{\varepsilon}}, \quad \frac{\dot{d}_{2,4}}{\dot{b}_{0,1}} = \frac{2 \sin 2\alpha \cos \beta}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \dot{b}_{1,2} = \frac{-2 \operatorname{tg} \beta \sin \alpha}{\sqrt{\varepsilon}}.\end{aligned}\quad (20)$$

В случае узкой ДНА при $\theta_a^2 \ll 11 \cos^2 \beta \sigma_y^2 (1 - r_{xy}^2)$, $\theta_a^2 \ll 11 \sigma_x^2 (1 - r_{xy}^2)$ формула (16) принимает вид

$$I_n = \frac{Q^2 \theta_a^2 |\dot{b}_{0,n}|^2}{44 R_0^2 \cos^2 \beta \sigma_x \sigma_y \sqrt{1 - r_{xy}^2}} \exp \left\{ -\frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{2 \sigma_x^2 (1 - r_{xy}^2)} \right\} \times$$

$$\times \left(1 - 2\operatorname{tg}\beta \operatorname{Re} \frac{b_{1,n}}{b_{0,n}}\right), n = 1, 4. \quad (21)$$

Определение удельной эффективной площади рассеивания (ЭПР)

Определим удельную ЭПР из выражения

$$\sigma_n^0 = \frac{64\pi^3 R_0^4 P_{n,n}}{P_a G_0 \lambda^2 S_{\text{эф}}}, \quad (22)$$

где $P_{n,n}$ – мощность некогерентной составляющей отраженного сигнала;
 $S_{\text{эф}}$ – эффективная площадь разрешаемой поверхности, определяемая из выражения

$$S_{\text{эф}} = \iint_S G^4(\alpha_a, \beta_a) dS = \frac{\pi R_0^2 \theta_a^2}{5,52 \cos \beta}.$$

Отсюда следует

$$\sigma_n^0 = \frac{|b_{0,n}|^2 \left(1 - 2\operatorname{tg}\beta \operatorname{Re} \frac{b_{1,n}}{b_{0,n}}\right)}{2\sigma_x \sigma_y \sqrt{1 - r_{xy}^2} \cos \beta} \exp \left\{ -\frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{2\sigma_x^2 (1 - r_{xy}^2)} \right\}. \quad (23)$$

Выражения (16), (18), (21) и (23) уточняют соответствующие результаты работ [6, 7], поскольку в них учитывается локальный характер коэффициентов отражения Френеля, а также влияние крутизны и корреляции наклонов поверхности на когерентную составляющую отраженного сигнала и удельную ЭПР.

Анализ данных формул показывает, что для поверхностей с малой диэлектрической проницаемостью, например, для сухих почв, дополнительные члены к известным ранее выражениям [6, 7] принимают достаточно большие значения при углах визирования β , превышающих 15° .

При углах визирования близких к вертикальным, а также для поверхностей с большой диэлектрической проницаемостью, например, для морской поверхности, вклад отмеченных выше слагаемых невелик.

В то же время, как следует из (21) и (23), учет влияния корреляции наклонов поверхности r_{xy} приводит к существенному изменению расчетных значений интенсивности и удельной ЭПР.

Экспериментальные исследования.

Согласно экспериментальным данным [7], дисперсии углов наклона морской поверхности вдоль направления ветра и перпендикулярно к нему соответственно равны

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= 3,16 \times 10^{-3} V_B, \\ \sigma_y^2 &= 0,03 + 1,92 \times 10^{-3} V_B, \end{aligned} \quad (24)$$

где V_B – скорость ветра в м/с на высоте 13 м над уровнем моря.

Так, например, расчеты по формуле (23) при использовании (24) показывают, что при $\beta = 10^\circ$, $r_{xy} = 0,5$, $V_b = 1$ м/с величина удельной ЭПР на 10 дБ меньше, чем в случае, когда корреляция наклонов не учитывается ($r_{xy} = 0$) [5-7].

При $V_b = 10$ м/с соответствующее уменьшение величины удельной ЭПР составляет 4 дБ. При увеличении корреляции наклонов и корреляции наклонов и угла визирования величины удельной ЭПР уменьшается и при $\beta = 10^\circ$, $r_{xy} = 0,8$ ее уменьшение по сравнению со случаем, когда $r_{xy} = 0$, составляет 35 и 7 дБ соответственно при $V_b = 1$ и 10 м/с.

Выводы. Рассмотрено и проанализировано влияния наклонов статистически шероховатой поверхности на величину отраженного сигнала. Произведен расчет полей с учетом влияния локального характера коэффициентов отражения Френеля, корреляции наклонов поверхности и зависимости наклонов от высоты поверхности.

Полученные результаты могут быть использованы для интерпретации экспериментальных значений ЭПР на основе более детального учета факторов, влияющих на статистические характеристики отраженного поля, а также при разработке дистанционных методов измерения параметров статистически неровных поверхностей.

Работа выполнена за счет средств Российского научного фонда (грант № 24-19-00328).

Литература

1. Артющенко В.М., Воловач В.И. Статистические характеристики смеси сигнала и аддитивно-мультипликативных помех с негауссовским характером распределения // Радиотехника. 2017. № 1. С. 95-102.
2. Артющенко В.М., Воловач В.И. Нелинейное оценивание параметров сигнала при воздействии узкополосных негауссовских помех // Автометрия. 2019. Т. 55. № 1. С. 80-88.
3. Артющенко В.М., Воловач В.И. Оценка погрешности измерения векторного информационного параметра сигнала на фоне мультипликативных помех // Радиотехника. 2016. № 2. С. 72-82.
4. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
5. Жуковский А.П., Оноприенко Е.И., Чижов В.И. Теоретические основы радиовысотометрии. М.: Сов. Радио, 1979. 320 с.
6. Зубкович С.Г. Статистические характеристики радиосигналов, отраженных от земной поверхности. М.: Сов. Радио, 1969. 223 с.
7. Лобач В.Т. Статистические характеристики радиолокационных сигналов, отраженных от морской поверхности. М.: Радио и связь, 2006. 250 с.
8. Artyushenko V.M., Volovach V.I., Vasilevich I.V. Estimation of the effect of multiplicative noise on signal detection against the background of additive noise. В сборнике: Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies, MWENT 2020 – Proceedings. 2020. С. 9067420.

9. Artyushenko V.M., Volovach V.I. Comparative analysis of discriminators efficiency of tracking meters under influence of non-Gaussian broadband and band-limited noise. В сборнике: 11th International IEEE Scientific and Technical Conference «Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines», Dynamics 2017. Proceedings. 2017. С. 1-4.
10. Artyushenko V.M., Volovach V.I. Synthesis and analysis of discriminators under influence of non-Gaussian noise. В сборнике: Journal of Physics: Conference Series. 2018. С. 012004.
11. Artyushenko V.M., Volovach V.I., Shakursky M.V. The demodulation signal under the influence of additive and multiplicative non-Gaussian noise. В сборнике: Proceedings of 2016 IEEE East-West Design and Test Symposium, EWDTS 2016. Yerevan, 2017. С. 7807704.
12. Keller W.C., Wright J.W. Microwave scattering and the straining of wind generated waves // Radio Science. 1975.
13. Moore R.K., Fung A.K. Radar Determination of wind at sea // Proceedings of the IEEE. 1979. Vol. 67. No. 11. P. 1504-1521.
14. Johnson J.W, Weissman D.E. Two – frequency microwave resonance measurements from an aircraft a quantitative estimate of the directional ocean surface spectrum // Radio Science. 1984. Vol. 19. No. 13. P. 841-854.

УДК 621.391

**Математическое обеспечение косвенного метода нелинейной
фильтрации марковских процессов**

Яна Юрьевна Ионченкова, старший преподаватель кафедры математики,
Евгений Кимович Самаров, доктор технических наук,
заведующий кафедрой математики,
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный морской
технический университет», г. Санкт-Петербург

Рассмотрены вопросы нелинейной фильтрации марковских процессов по косвенным переменным. Показано, что применение косвенного метода нелинейной фильтрации более эффективно, по сравнению с прямым методом, использующим гауссовскую аппроксимацию, когда модель наблюдения представляет собой аддитивную смесь гауссовского шума и сигнала. Получены зависимости, позволяющие осуществить оценку дисперсии фазовой ошибки в стационарном режиме от дисперсии шума возбуждения фазы, а также зависимости вероятности перескока фазовой ошибки от дисперсии шума возбуждения, при различных значениях величины отношения сигнал-шум. Показано, что рассмотренная методика синтеза позволяет повысить точность фильтрации косвенных алгоритмов, синтезированных в первом приближении, при больших флуктуациях фильтруемых процессов.

Нелинейная фильтрация, косвенная модель, марковские процессы, вероятности перескока фазовой ошибки, фильтруемые процессы, дисперсия шума возбуждения.

**Mathematical support for the indirect method of nonlinear filtration of
Markov processes**

Yana Yuryevna Ionchenkova, is a senior lecturer at the Department of Mathematics,
Evgeny Kimovich Samarov, Doctor of Technical Sciences,
Head of the Department of Mathematics,
St. Petersburg State Maritime Technical University, St. Petersburg

The issues of nonlinear filtering of Markov processes by indirect variables are considered. It is shown that the use of the indirect nonlinear filtering method is more effective than the direct method using Gaussian approximation, when the observation model is an additive mixture of Gaussian noise and signal. Dependences are obtained that allow estimating the dispersion of the phase error in the stationary mode from the dispersion of the phase excitation noise, as well as the dependence of the probability of a phase error jump on the dispersion of the excitation noise, for different values of the signal-to-noise ratio. It is shown that the considered synthesis technique makes it possible to increase the filtration accuracy of indirect algorithms synthesized in the first

approximation with large fluctuations in the filtered processes.

Nonlinear filtering, indirect model, Markov processes, phase error jump probabilities, filtered processes, excitation noise dispersion.

Введение

Как известно, для задач нелинейной фильтрации могут быть использованы косвенные модели марковских процессов, нелинейно наблюдаемых на фоне шумов. Приведенные в работах [6, 8, 10] алгоритмы являются оптимальными в первом приближении по критерию максимума апостериорной плотности вероятности. На основе косвенного метода нелинейной фильтрации рассмотрим и проанализируем методику синтеза квазиоптимальных алгоритмов, обладающих более высокой точностью фильтрации при больших флуктуациях фильтруемых процессов.

Определение косвенной модели. Рассмотрим модели дискретных марковских процессов [1-3, 6, 8, 12]

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{n-1}) + \bar{\xi}_n; \mathbf{y}_n = \bar{\varphi}_n(\mathbf{x}_n) + \bar{\eta}_n, \quad (1)$$

где \mathbf{x}_n – p -мерный вектор фазовых координат; \mathbf{y}_n – m -мерный вектор наблюдений; $\mathbf{f}(\mathbf{x}_{n-1})$, $\bar{\varphi}_n(\mathbf{x}_n)$ – p -, m -мерные векторы-функции векторного аргумента; $\bar{\xi}_n, \bar{\eta}_n$ – m -мерные некоррелированные последовательности векторных гауссовских случайных величин с нулевым математическим ожиданием и ковариационными матрицами

$$\mathbf{M}\{\bar{\xi}_n \bar{\xi}_k^T\} = \mathbf{Q}_n \delta_{nk}, \mathbf{M}\{\bar{\eta}_n \bar{\eta}_k^T\} = \mathbf{R}_n \delta_{nk},$$

где δ_{nk} символ Кронекера; T – математический знак транспонирования.

Пусть $m \geq p$ и существует однозначное обратное преобразование

$$\mathbf{q}(\varphi_n) = \mathbf{x}_n,$$

где $\bar{\varphi}_n \triangleq \bar{\varphi}_n(\mathbf{x}_n)$. Назовем случайную величину $\bar{\varphi}_n$ косвенной переменной. Чтобы от (1) перейти к косвенной модели, необходимо найти связь между $\bar{\varphi}_n$ и $\bar{\varphi}_{n-1}$.

Используя первое уравнение (1), можно записать

$$\bar{\varphi}_n = \bar{\varphi}(\mathbf{f}(\mathbf{g}(\bar{\varphi}_{n-1}))) + \bar{\xi}_n.$$

Вводя обозначение

$$\mathbf{F}(\bar{\varphi}_{n-1}, \bar{\xi}_n) \triangleq \bar{\varphi}(\mathbf{f}(\mathbf{g}(\bar{\varphi}_{n-1}))) + \bar{\xi}_n,$$

получаем косвенную модель

$$\bar{\varphi}_n = \mathbf{F}(\bar{\varphi}_{n-1}, \bar{\xi}_n); \mathbf{y}_n = \bar{\varphi}_n + \bar{\eta}_n. \quad (2)$$

Отметим, что при $p > m$ однозначного обратного преобразования не существует.

В этом случае необходимо расширить размерность вектора косвенных переменных введением дополнительных косвенных переменных, в качестве которых можно использовать либо часть составляющих вектора \mathbf{x}_n , либо некоторые функции от них, например квадратурные составляющие (см. ниже) и тому подобные [11].

Алгоритм косвенной функции

Рекуррентная формула вычисления апостериорной плотности вероятности [2-4] имеет вид

$$W\left(\frac{\bar{\varphi}_n}{\mathbf{y}^n}\right) = K(\mathbf{y}^n)W\left(\frac{\mathbf{y}_n}{\bar{\varphi}_n}\right)W\left(\frac{\bar{\varphi}_n}{\mathbf{y}^{n-1}}\right). \quad (3)$$

Учитывая (2),

$$W\left(\frac{\mathbf{y}_n}{\bar{\varphi}_n}\right) = \text{cons} \exp\{-0,5(\mathbf{y}_n - \bar{\varphi}_n)^T \mathbf{R}_n^{-1}(\mathbf{y}_n - \bar{\varphi}_n)\}.$$

Отсюда следует, что функция правдоподобия $W\left(\frac{\mathbf{y}_n}{\bar{\varphi}_n}\right)$ является гауссовской относительно переменной $\bar{\varphi}_n$, поэтому для получения замкнутого решения уравнения (3) в виде гауссовской плотности необходимо аппроксимировать плотность $W\left(\frac{\bar{\varphi}_n}{\mathbf{y}^{n-1}}\right)$, предполагая, что для $(n-1)$ -го шага функция $W\left(\frac{\bar{\varphi}_{n-1}}{\mathbf{y}^{n-1}}\right)$ уже найдена и является гауссовской. В первом приближении эта задача решена в [10].

Более высокую точность приближения можно получить, используя метод статистической линеаризации для функции $\mathbf{F}(\bar{\varphi}_{n-1}, \bar{\xi}_n)$. В этом случае вектор математических ожиданий $\bar{\varphi}_n^*$ и корреляционная матрица \mathbf{V}_n^* аппроксимированного распределения соответствуют параметрам истинного распределения, что является оптимальным согласно критерию Кульбака [4], то есть

$$W\left(\frac{\bar{\varphi}_n}{\mathbf{y}^{n-1}}\right) \sim N(\bar{\varphi}_n^*, \mathbf{V}_n^*);$$

$$\bar{\varphi}_n^* = \mathbf{M}\{\mathbf{F}(\bar{\varphi}_{n-1}, \bar{\xi}_n)\};$$

$$\mathbf{V}_n^* = \mathbf{M}\{(\mathbf{F}(\bar{\varphi}_{n-1}, \bar{\xi}_n) - \bar{\varphi}_n^*)(\mathbf{F}(\bar{\varphi}_{n-1}, \bar{\xi}_n) - \bar{\varphi}_n^*)^T\}.$$

Подставляя $W\left(\frac{\mathbf{y}_n}{\bar{\varphi}_n}\right)$ и $W\left(\frac{\bar{\varphi}_n}{\mathbf{y}^{n-1}}\right)$ в (3) и преобразуя выражения, получаем

$$W\left(\frac{\bar{\varphi}_n}{\mathbf{y}^n}\right) = \text{cons} \exp\{-0,5(\bar{\varphi}_n - \hat{\varphi}_n)^T \mathbf{V}_n^{-1}(\bar{\varphi}_n - \hat{\varphi}_n)\};$$

$$\hat{\varphi}_n = \bar{\varphi}_n^* + \mathbf{K}_n(\mathbf{y}_n - \bar{\varphi}_n^*);$$

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{V}_n^*(\mathbf{V}_n^* + \mathbf{R}_n)^{-1};$$

$$\mathbf{V}_n = \mathbf{K}_n \mathbf{R}_n.$$

Для построения рекуррентной процедуры оценивания $\bar{\varphi}_n$ необходимо определить начальные условия алгоритма (4), в качестве которого обычно используется априорное распределение параметров. Однако использование метода гауссовской аппроксимации предполагает гауссовским априорное распределение, что не всегда имеет место.

В косвенном методе благодаря линейности уравнения наблюдения стало возможным использовать функциональный подход [8], в котором в качестве априорного распределения используется несобственное равномерное распределение, то есть равномерное в бесконечных пределах. В результате такого подхода получаем

$$\begin{aligned} W\left(\frac{\bar{\varphi}_1}{\mathbf{y}^1}\right) &= W\left(\frac{\mathbf{y}_1}{\bar{\varphi}_1}\right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} W\left(\frac{\mathbf{y}_1}{\bar{\varphi}_1}\right) d\bar{\varphi}_1\right)^{-1} = \\ &= \text{cons} \exp\{-0,5(\mathbf{y}_1 - \bar{\varphi}_1)^T \mathbf{R}_1^{-1}(\mathbf{y}_1 - \bar{\varphi}_1)\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, исходными данными для (4) будут

$$\hat{\varphi}_1 = \mathbf{y}_1, \mathbf{K}_1 = \mathbf{I}, \mathbf{V}_1 = \mathbf{R}_1. \quad (5)$$

Для сравнения приведем алгоритм оценивания, полученный при использовании разложения в ряд Тейлора первого уравнения (2) по аргументам $\bar{\varphi}_{n-1}$ и $\bar{\xi}_n$ в точках $\bar{\varphi}_{n-1} = \hat{\varphi}_{n-1}, \bar{\xi}_n = 0$ [7]:

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_n &= \mathbf{F}(\bar{\varphi}_{n-1}, 0) + \mathbf{F}'(\hat{\varphi}_{n-1}, 0), \\ \mathbf{K}_n &= \tilde{\mathbf{V}}_n(\tilde{\mathbf{V}}_n + \mathbf{R}_n)^{-1}; \\ \mathbf{V}_n &= \mathbf{K}_n \mathbf{R}_n, \\ \tilde{\mathbf{V}}_n &= \mathbf{F}'_{\varphi} \mathbf{V}_{n-1} (\mathbf{F}'_{\varphi})^T + \mathbf{F}'_{\xi} \mathbf{Q}_n (\mathbf{F}'_{\xi})^T, \end{aligned} \quad (6)$$

где \mathbf{F}'_{φ} – матрица Якоби размера $m \times m$, состоящая из элементов

$$\mathbf{F}'_{\varphi ij} = \left(\partial F^{(i)} / \partial \varphi_{n-1}^{(j)} \right) \Big|_{\bar{\varphi}_{n-1} = \bar{\varphi}_n, \bar{\xi}_n = 0}; \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, m}; \quad \mathbf{F}'_{\xi} – \text{матрица Яко-}$$

би размера $m \times p$, элементы которой определяются по формуле

$$\mathbf{F}'_{\xi ij} = \left(\partial F^{(i)} / \partial \xi_n^{(j)} \right) \Big|_{\bar{\varphi}_{n-1} = \bar{\varphi}_n, \bar{\xi}_n = 0}; \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, p}.$$

Оценки исходного процесса \mathbf{x}_n можно найти вычислением некоторого функционала от плотности $W\left(\frac{\bar{\varphi}_n}{\mathbf{y}_n}\right)$. Наиболее просто определяется оценка, оптимальная по критерию максимального правдоподобия: $\hat{\mathbf{x}}_n = \mathbf{g}(\hat{\varphi}_n)$.

В радиотехнике встречаются задачи, в которых при одинаковой размерности векторов косвенных переменных $\bar{\varphi}_n$ и фазовых координат \mathbf{x}_n обратное преобразование является неоднозначным. В этом случае оценка $\hat{\mathbf{x}}_n$ может принимать несколько значений:

$$\hat{\mathbf{x}}_{ni} = \mathbf{g}_i(\hat{\varphi}_n),$$

где i – номер ветви неоднозначности.

Предположим, что на $(n-1)$ -м шаге с высокой точностью однозначно определена оценка $\hat{\mathbf{x}}_{n-1}$. Следовательно, может быть найдена экстраполированная оценка $\mathbf{x}_n^* = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{n-1})$.

Учитывая унимодальность и симметрию переходной плотности $W\left(\frac{\mathbf{x}_n}{\mathbf{x}_{n-1}}\right)$, можно показать, что наиболее вероятным значением \mathbf{x}_n будет оценка, имеющая минимальное расстояние до экстраполированной оценки \mathbf{x}_n^* , то есть

$$\hat{\mathbf{x}}_n = \mathbf{g}_k(\hat{\varphi}_n),$$

где $k = \arg \min |\mathbf{g}_i(\hat{\varphi}_n) - \mathbf{x}_n^*|, n = 2, 3, \dots$.

Для задач нелинейной фильтрации с неоднозначной функцией $\bar{\varphi}(\mathbf{x}_n)$ обычно задается область, в которой лежит начальное значение процесса \mathbf{x}_1 , и поэтому оценку $\hat{\mathbf{x}}_1$ можно определить однозначно, что позволяет устранить неоднозначность.

Заметим, что при линейном уравнении наблюдения и гауссовском шуме функция правдоподобия $W\left(\frac{\mathbf{y}_n}{\bar{\varphi}_n}\right)$ порождает гауссовское распределение косвенных переменных и при

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_n) \equiv \mathbf{x}_n$$

и

$$W\left(\frac{\mathbf{x}_n}{\mathbf{x}_{n-1}}\right) = \delta(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n-1})$$

такая аппроксимация является точной, что не наблюдается в прямом методе нелинейной фильтрации при гауссовской аппроксимации.

Синтез косвенного алгоритма фильтрации фазы квазигармонического сигнала.

Пусть модель процесса и наблюдения имеет вид

$$x_n = x_{n-1} + \xi_n, A_0 = \text{const}, y_n = A_0 \cos(\omega n + x_n) + \eta_n,$$

где x_n – фаза квазигармонического сигнала, являющаяся дискретным винеровским процессом; A_0 – неизвестная амплитуда; ξ_n, η_n – последовательности независимых гауссовских случайных величин; $\omega = 2\pi\Delta t/T_H$ – известная дискретная круговая частота; Δt – интервал дискретизации; T_H – период несущей частоты.

Априорно известна область значений фазы для первого шага $x_1 \in (-\pi; \pi)$. Апостериорное распределение A_0 предполагается неизвестным. Поскольку частота ω известна, уравнение наблюдения можно разбить на два уравнения с квадратурными составляющими, формируемыми на выходах фазовых детекторов, то есть

$$\begin{aligned} x_n &= x_{n-1} + \xi_n, A_0 = \text{const}, \xi_n \sim N(0, \sigma_\xi^2); \\ y_{nc} &= A_0 \cos x_n + \eta_{nc}, \eta_{nc} \sim N(0, \sigma_\eta^2); \\ y_{ns} &= A_0 \sin x_n + \eta_{ns}, \eta_{ns} \sim N(0, \sigma_\eta^2). \end{aligned} \quad (7)$$

Введем косвенные переменные

$$\varphi_{nc} \triangleq A_0 \cos x_n,$$

$$\varphi_{ns} \triangleq A_0 \sin x_n.$$

Нетрудно видеть, что

$$\begin{aligned} \varphi_{nc} &= A_0 \cos(x_{n-1} + \xi_n) = \varphi_{n-1,c} \cos \xi_n - \varphi_{n-1,s} \sin \xi_n, \\ \varphi_{ns} &= A_0 \sin(x_{n-1} + \xi_n) = \varphi_{n-1,c} \sin \xi_n + \varphi_{n-1,s} \cos \xi_n. \end{aligned} \quad (8)$$

Введем обозначения

$$\mathbf{y}_n \triangleq (y_{nc}, y_{ns})^T,$$

$$\bar{\varphi}_n \triangleq (\varphi_{nc}, \varphi_{ns})^T,$$

$$\bar{\eta}_n \triangleq (\eta_{nc}, \eta_{ns})^T,$$

тогда (7) с учетом (8) можно преобразовать в косвенную модель

$$\bar{\varphi}_n = \mathbf{F}(\xi_n) \bar{\varphi}_{n-1}, \mathbf{y}_n = \bar{\varphi}_n + \bar{\eta}_n, \quad (9)$$

где

$$\mathbf{F}(\xi_n) = \begin{bmatrix} \cos \xi_n & -\sin \xi_n \\ \sin \xi_n & \cos \xi_n \end{bmatrix}.$$

Используя (4) для (9), получаем алгоритм

$$\hat{\bar{\varphi}}_n = d \hat{\bar{\varphi}}_{n-1} + \mathbf{K}_n (\mathbf{y}_n - d \hat{\bar{\varphi}}_{n-1}), \quad (10)$$

где

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{V}_n^* (\mathbf{V}_n^* + \sigma_\eta^2 \mathbf{I})^{-1},$$

в свою очередь

$$\mathbf{V}_n = \sigma_\eta^2 \mathbf{K}_n;$$

$$\mathbf{V}_n^* = 0,5(1 + d^4) \mathbf{C} \mathbf{V}_{n-1} + 0,5(1 - d^4) \mathbf{J} \mathbf{C} \mathbf{V}_{n-1} \mathbf{J}^T - d^2 \hat{\bar{\varphi}}_{n-1} \hat{\bar{\varphi}}_{n-1}^T;$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}\mathbf{V}_{n-1} &= \mathbf{V}_{n-1} + \hat{\varphi}_{n-1}\hat{\varphi}_{n-1}^T; \\ d &= \{M\cos\xi_n\} = \exp\{-\sigma_\xi^2/2\}; \\ \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Начальные условия для данного алгоритма на основании (5) являются $\hat{\varphi}_1 = y_1$, $\mathbf{V}_1 = \sigma_\eta^2 \mathbf{I}$.

Если первое уравнение (9) разложить в ряд Тейлора, то в первом приближении получим косвенную модель [7, 9]

$$\bar{\varphi}_n = \bar{\varphi}_{n-1} + \mathbf{G}(\hat{\varphi}_{n-1})\xi_n, \mathbf{y}_n = \bar{\varphi}_n + \bar{\eta}_n, \quad (11)$$

где $\mathbf{G}(\hat{\varphi}_{n-1}) = (-\varphi_{n-1.s}, \varphi_{n-1.c})^T$.

Для модели (11) в соответствии с (6) алгоритм фильтрации имеет вид

$$\bar{\varphi}_n = \bar{\varphi}_{n-1} + \mathbf{K}_n(\mathbf{y}_n - \hat{\varphi}_{n-1}), \quad (12)$$

где

$$\mathbf{K}_n = \tilde{\mathbf{V}}_n(\tilde{\mathbf{V}}_n + \sigma_\eta^2 \mathbf{I}),$$

в свою очередь

$$\mathbf{V}_n = \sigma_\eta^2 \mathbf{K}_n;$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_n = \mathbf{V}_{n-1} + \mathbf{G}(\hat{\varphi}_{n-1})\mathbf{G}^T(\hat{\varphi}_{n-1})\sigma_\xi^2.$$

Для нахождения оценок амплитуды \hat{A}_n и фазы \hat{x}_n можно использовать обратные преобразования

$$\hat{A}_n = \sqrt{\hat{\varphi}_{n.c}^2 + \hat{\varphi}_{n.s}^2}, x_n = \text{sign}\hat{\varphi}_{n.s} \arccos(\hat{\varphi}_{n.c}/\hat{A}_n),$$

где

$$\text{sign}z = \begin{cases} 1, & z \geq 0, \\ -1, & z < 0. \end{cases}$$

Область значений функции $\hat{x}_n(\hat{\varphi}_n)$ является интервал $(-\pi; \pi)$. Однако, как следует из (7), фаза x_n является дискретным винеровским процессом, область значений которой лежит в бесконечных пределах. Поэтому оценка фазы, начиная с $n = 2$, является неоднозначной.

Установить эту неоднозначность можно, воспользовавшись алгоритмом

$$\tilde{x}_n = x_n + 2\pi k_n;$$

$$k_n = k_{n-1} + m_n;$$

$$m_n = \text{int}[(\hat{x}_{n-1} - \hat{x}_n)/\pi], k_1 = 0, n = 2, 3, \dots,$$

где $\text{int}[z]$ – функция, выделяющая целую часть числа z . Область значений новой оценки \tilde{x}_n лежит в бесконечных пределах.

Физически работу этого алгоритма можно объяснить следующим образом. При переходе процесса x_n из одной области неоднозначности в другую при высокой точности фильтрации разность оценок $(\hat{x}_{n-1} - \hat{x}_n)$ скачкообразно изменяется на значение, большее π или меньшее $-\pi$.

Этот скачек легко обнаруживается и компенсируется изменением дискретного параметра k_n .

Используя прямой метод нелинейной фильтрации в гауссовском приближении к модели (7), получаем [3, 11]

$$\hat{x}_n = \hat{x}_{n-1} + \mathbf{K}_{xn}(\mathbf{y}_n - \bar{\varphi}(\hat{x}_{n-1}, \hat{A}_{n-1}));$$

$$\hat{A}_n = \hat{A}_{n-1} + \mathbf{K}_{An}(\mathbf{y}_n - \bar{\varphi}(\hat{x}_{n-1}, \hat{A}_{n-1})), \quad (13)$$

где

$$\mathbf{K}_n = (\mathbf{K}_{xn}^T, \mathbf{K}_{An}^T)^T = \mathbf{V}_{xn}^* (\bar{\varphi}')^T (\bar{\varphi}' \mathbf{V}_{xn}^* (\bar{\varphi}')^T + \sigma_{\eta}^2 \mathbf{I})^{-1},$$

в свою очередь

$$\mathbf{V}_{xn}^* = V_{x,n-1} + \sigma_{\xi}^2 \mathbf{G}; \quad \mathbf{V}_{xn} = \mathbf{V}_{xn}^* - \mathbf{K}_n \bar{\varphi}' \mathbf{V}_{xn}^*;$$

$$\varphi' = \begin{bmatrix} -\hat{A}_{n-1} \sin \hat{x}_{n-1} & \hat{A}_{n-1} \cos \hat{x}_{n-1} \\ \cos \hat{x}_{n-1} & \sin \hat{x}_{n-1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Начальные условия для алгоритма (13) определяются из априорных распределений $x_0 \sim N(\bar{x}_0, \sigma_{x0}^2)$, $A_0 \sim (\bar{A}_0, \sigma_{A0}^2)$.

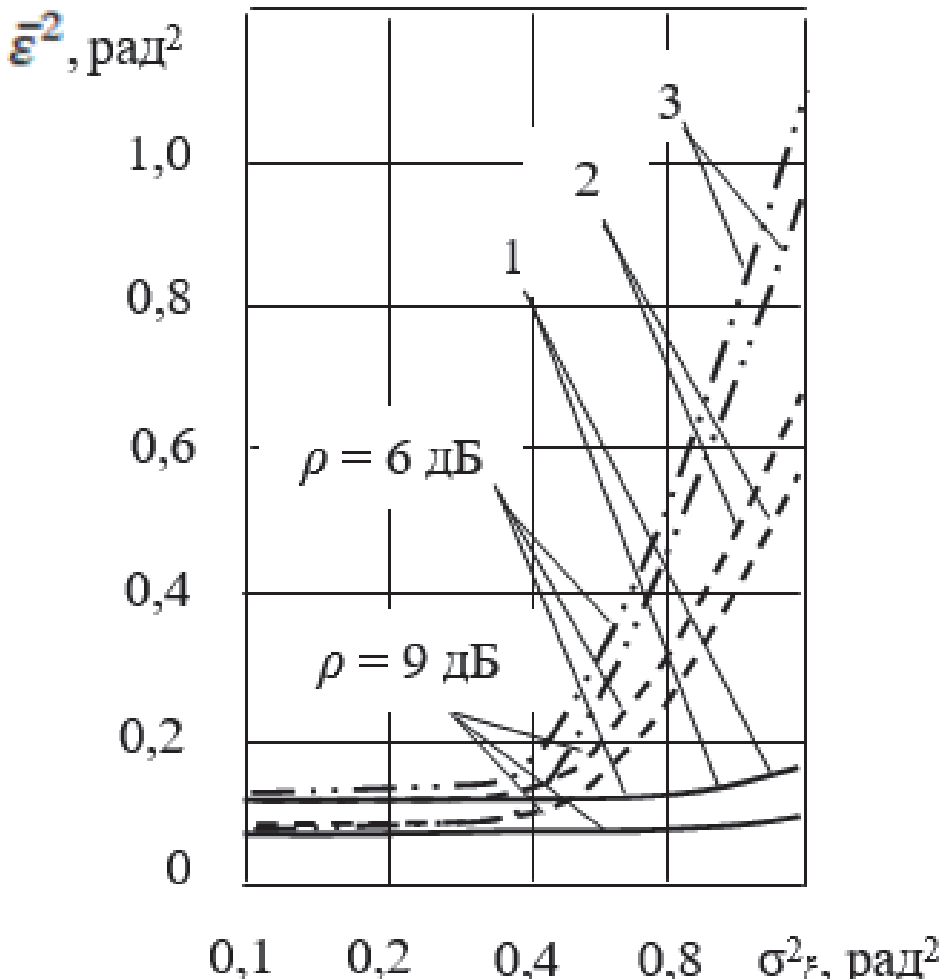


Рисунок 1 – Зависимости дисперсии фазовой ошибки в стационарном режиме от дисперсии шума возбуждения фазы

Методом статистического моделирования было проведено сравнение ал-

горитмов (10), (12) и (13).

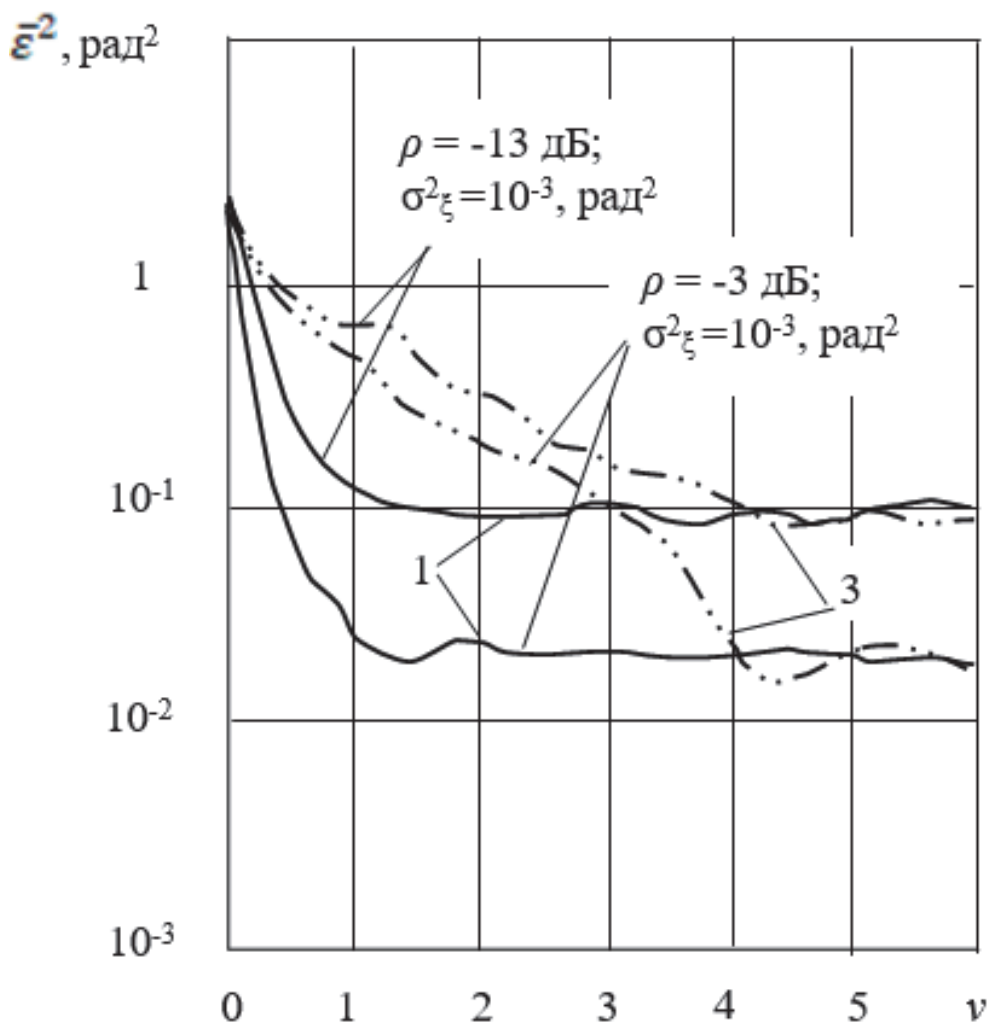


Рисунок 2 – Зависимости дисперсии фазовых ошибок от параметра ν

При анализе характеристик систем фазовой автоподстройки использовались параметры, характеризующие распределение фазовой ошибки, приведенной к интервалу $(-\pi, \pi)$, и параметры, характеризующие вероятность выхода фазовой ошибки за пределы этого интервала (вероятность перескока фазы).

В качестве исследуемых характеристик были использованы дисперсия приведенной фазовой ошибки и вероятность перескока фазовой ошибки P за время $100\Delta t$, где Δt – интервал дискретизации.

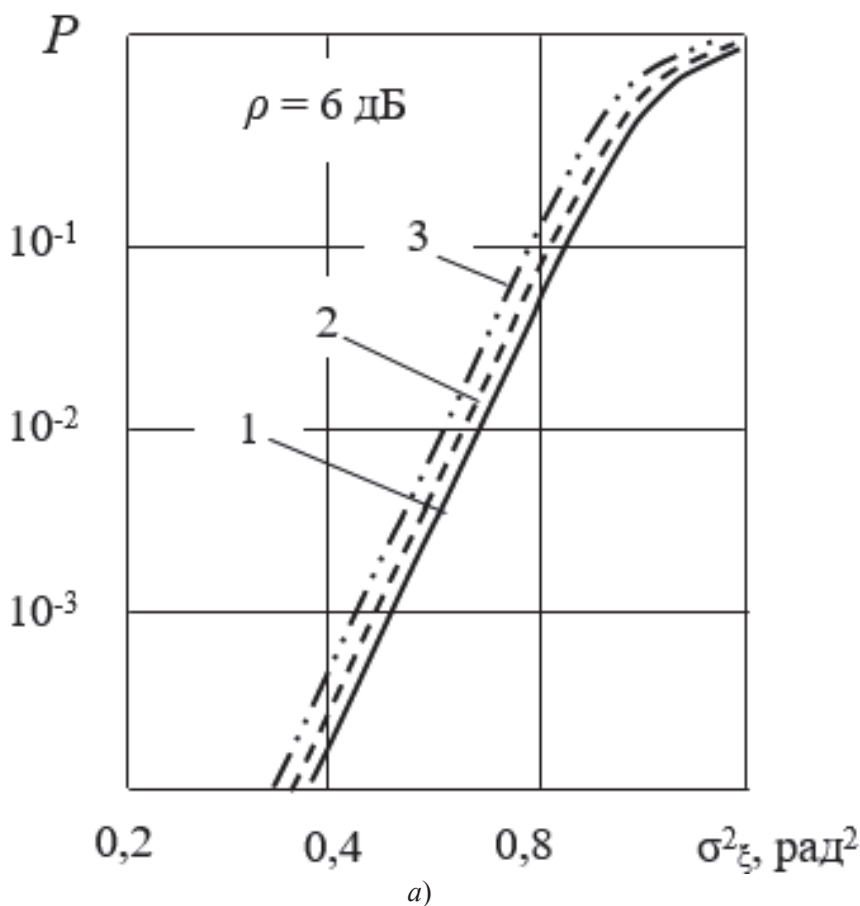
Результаты моделирования приведены на рисунке 1, где характеристики алгоритмов (10), (12) и (13) изображены соответственно непрерывной (линия 1),

штриховой (линия 2) и штрихпунктирной (линия 3) линиями.

На рисунке 1 представлены зависимости дисперсии фазовой ошибки в стационарном режиме ε^2 от дисперсии шума возбуждения фазы σ_ξ^2 , построенные для двух отношений сигнал-шум (ОСШ) на один отсчет $\rho = 10 \ln(A_0^2/\sigma_\eta^2)$.

Анализ приведенных зависимостей, полученных в результате моделирования, показывает, что при $\sigma_\xi^2 \geq 0,2$ рад² алгоритм (10) позволяет значительно улучшить точность фильтрации, причем величина выигрыша увеличивается с ростом ОСШ ρ .

На рисунке 2 приведены зависимости дисперсии фазовых ошибок от параметра $\nu = t/\tau_\phi$, где $\tau_\phi \sqrt{2}\sigma_\eta \Delta t/A_0\sigma_\xi$ – постоянная времени фильтра в стационарном режиме и линейном приближении.



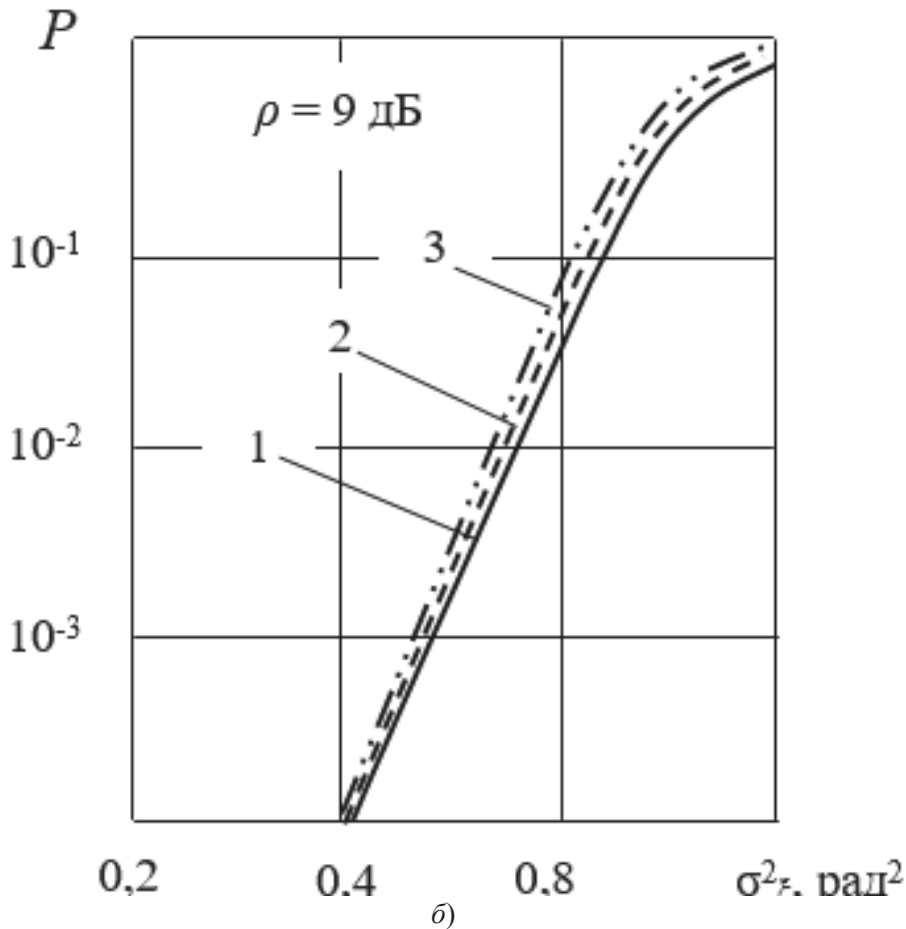


Рисунок 3 – Зависимости вероятности перескока фазовой ошибки от дисперсии шума возбуждения, при ОСШ: а - $\rho = 6$ дБ; б - $\rho = 6$ дБ

Из представленных зависимостей видно, что в стационарном режиме при стохастичности фазы ($\sigma_\xi^2 \leq 0,01$ рад²) косвенный и прямой алгоритмы имеют одинаковую точность фильтрации $\bar{\varepsilon}^2 \approx \sigma_\xi \sigma_\eta / A_0$.

Однако среднее время сходимости косвенных оценок к стационарному значению в 3-4 раза меньше по сравнению с временем сходимости прямых оценок.

На рисунке 3 приведены зависимости вероятности перескока фазовой ошибки в стационарном режиме P за промежуток времени $100\Delta t$ от дисперсии шума возбуждения σ_ξ^2 .

Из рисунка 3 видно, что косвенный алгоритм (10) обеспечивает меньшую вероятность перескока фазовой ошибки, чем алгоритмы (12) и (13).

Представленный синтез косвенного алгоритма фильтрации фазы показывает его высокую эффективность.

Диапазон рассмотренных значений параметра σ_{ξ}^2 включает в себя большинство практических случаев. Так, для связанных задач при непрерывном сигнале, когда есть возможность выбора частоты дискретизации $f_d = 1/\Delta t$, значения $\sigma_{\xi}^2 \leq 0,01$ рад².

Для импульсных сигналов, при временном разделении каналов, в радиолокации, при использовании сигналов с прыгающей перестройкой несущей частоты, время Δt связано с периодом следования импульсов и значения σ_{ξ}^2 могут превышать 0,1 рад².

Выводы. Рассмотрен и проанализирован метод нелинейной фильтрации марковских процессов по косвенным переменным. Получены зависимости, позволяющие осуществить оценку дисперсии фазовой ошибки в стационарном режиме от дисперсии шума возбуждения фазы, а также зависимости вероятности перескока фазовой ошибки от дисперсии шума возбуждения, при различных значениях величины отношения сигнал-шум. Показано, что рассмотренная методика синтеза позволяет повысить точность фильтрации косвенных алгоритмов, синтезированных в первом приближении, при больших флуктуациях фильтруемых процессов.

Показано, что косвенный метод нелинейной фильтрации обладает более высокой эффективностью, когда модель наблюдения представляет собой аддитивную смесь гауссовского шума и сигнала, являющегося нелинейной функцией фильтруемых параметров, по сравнению с прямым методом, использующим гауссовскую аппроксимацию. Рассмотренная методика синтеза позволяет повысить точность фильтрации косвенных алгоритмов, синтезированных в первом приближении, при больших флуктуациях фильтруемых процессов.

Литература

1. Artyushenko V.M., Volovach V.I. Comparative analysis of discriminators efficiency of tracking meters under influence of non-Gaussian broadband and band-limited noise. В сборнике: 11th International IEEE Scientific and Technical Conference «Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines», Dynamics 2017. Proceedings. 2017. С. 1-4.
2. Artyushenko V.M., Volovach V.I. Synthesis and analysis of discriminators under influence of non-Gaussian noise. В сборнике: Journal of Physics: Conference Series. 2018. С. 012004.
3. Artyushenko V.M., Volovach V.I., Shakursky M.V. The demodulation signal under the influence of additive and multiplicative non-Gaussian noise. В сборнике: Proceedings of 2016 IEEE East-West Design and Test Symposium, EWDTS 2016. Yerevan, 2017. С. 7807704.
4. Кульбак С. Теория информации и статистика: Пер. с англ. Д.И. Гордеева и А.В. Прохорова / Под ред. А.Н. Колмогорова. М.: Наука, 1967. 408 с.
5. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении. М.: Сов. радио, 1978. 598 с.

6. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: МГУ, 1966. 324 с.
7. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
8. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазиоптимальный прием сигналов. М.: Сов. радио, 1975. 704 с.
9. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1978. 488 с.
10. Шлома А.П. Нелинейная фильтрация марковских процессов // Радиотехника, 1989. № 11. С. 49-54.
11. Шлома А.П., Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Новые алгоритмы формирования и обработки сигналов в системах подвижной связи / Под редакцией А.М. Шломы. Горячая линия-Телеком, 2008. 344 с.
12. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980. 358 с.

УДК 629.7

**Комплекс аппаратуры автоматического исключения
пораженных частот и перехода от узкой псевдослучайной
рабочей частоты к широкой**

Владимир Михайлович Артюшенко, доктор технических наук,
профессор, заведующий кафедрой информационные технологии
и управляющие системы

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Технологический университет имени дважды Героя Советского Союза,
летчика-космонавта А.А. Леонова», г. Королев, Московская область,

Владимир Иванович Воловач, доктор технических наук, доцент,
и.о. директора Высшей школы передовых производственных
технологий Федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования,

Поволжский государственный университет сервиса, г. Тольятти

В статье представлено описание комплекса аппаратуры автоматического исключения пораженных частот и перехода от узкой псевдослучайной перестройке рабочей частоты к широкой. Предложен алгоритм повышения помехоустойчивости спутниковой системы связи. Показано, что запрещение излучения сигнала на пораженных частотах уменьшает число независимых частот, что уменьшает величину допустимого отношения мощности случайной помехи к мощности сигнала.

Земная станция, ретранслятор, система спутниковой связи, автоматическое исключение пораженных частот.

**A set of equipment for the automatic exclusion of affected frequencies
and the transition from a narrow pseudorandom operating
frequency to a wide one**

Vladimir Mikhailovich Artyushenko, doctor of Technical Sciences, Professor,
Head of the Department of Information Technologies and Control Systems,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
«Technological University named after twice Hero of the Soviet Union,
pilot-cosmonaut A.A. Leonov», Korolev, Moscow region,

Vladimir Ivanovich Volovach, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor,
Acting Director of the Higher School of Advanced Production Technologies,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education,
Volga Region State University of Service, Tolyatti

The article describes the complex of equipment for the automatic exclusion of

affected frequencies and the transition from a narrow pseudo-random tuning of the operating frequency to a wide one. An algorithm for increasing the noise immunity of a satellite communication system is proposed. It is shown that the prohibition of signal emission at the affected frequencies reduces the number of independent frequencies, which reduces the value of the permissible ratio of the power of random interference to the signal power.

Earth station, repeater, satellite communication system, automatic exclusion of affected frequencies.

Введение

Современное развитие спутниковых систем связи (ССС) тесно связано с решением целого ряда организационных и научно-технических задач. Особый интерес для ССС представляют спутниковые системы передачи данных (СПД), позволяющие решить проблемы развертывания информационно-управляющих центров (ИУЦ) и абонентских пунктов (АП) в удаленных регионах и на мобильных объектах ССС, обеспечивающие реализацию принципа «каждый с каждым». Для обеспечения эффективного функционирования ССС, она должна иметь, кроме коммутируемых, разнесенные выделенные каналы передачи данных (основные и резервные).

Для реализации режима работы «каждый с каждым» с предоставлением каналов по требованию наиболее приемлем многостанционный доступ (МД) в режиме с кодовым разделением (КР). Для повышения эффективности использования ретрансляторов (РТР) при МД с КР необходимо применять методы регулирования мощности и скорости передачи земных станций (ЗС).

Для решения вышеперечисленных задач наиболее подходит Единая система спутниковой связи (ЕССС-2) [6], обеспечивающая работу в стволах с обработкой сигналов на борту ретранслятора (ОСБ) и в режиме с прямой ретрансляцией (ПР) сигналов, включая связь по перекрестным схемам со станциями в стволах сантиметрового (СМ), миллиметрового (ММ) и дециметрового диапазона волн (ДМВ). Эта система обеспечивает режим помехозащищенной связи с использованием сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ) и широкополосных сигналов (ШПС).

Проведенный в работах [1, 2] анализ показал:

1. Для минимизации энергетических затрат при заданной скорости передачи ЗС в режиме ОСБ необходимо устанавливать мощности излучения земных станций (ЗС) такие, чтобы мощности их сигналов на входе РТР были одинаковы. При этом абсолютные значения мощностей должны выбираться исходя из помеховой обстановки и числа работающих ЗС.

2. При заданной помехозащищенности направлений связи для минимизации энергетики отдельных ЗС и более полного использования пропускной способности РТР целесообразно организовывать работу большего числа станций в стволе при технической возможности аппаратуры ОСБ.

3. При регулировании скорости передачи информации увеличивать ско-

рость за счет снижения помехозащищенности (ПЗ) необходимо только до определенного предела, после которого начинается резкое уменьшение ПЗ.

4. Вырезание части спектра ШПС на ЗС в зависимости от места расположения помехи и ширины ее спектра на входе РТР с ОСБ и распределение всей мощности ЗС в оставшейся части спектра позволит существенно повысить помехозащищенность ССС от узкополосных помех. При этом пропускная способность РТР уменьшится незначительно по сравнению с использованием только методов борьбы с помехой за счет базы ШПС. Кроме того, на РТР нет необходимости устанавливать сложное устройство в виде блока защиты.

Рассмотрим и проанализируем работу комплекса аппаратуры автоматического исключения пораженных частот и перехода от узкой псевдослучайной перестройке рабочей частоты к широкой в системе ЕССС-2.

Комплекс аппаратуры автоматического исключения пораженных частот и перехода от узкой псевдослучайной перестройке рабочей частоты к широкой. В ЕССС-2 реализована обработка сигналов до 50 станций, работающих в режиме с ППРЧ в «узкой» полосе 50 МГц и в «широкой» полосе 400 МГц. Переход от узкой полосы к широкой осуществляется по команде с Земли. Структурная схема блока обработки представлена на рисунке 1 [6].

Входной сигнал с малошумящего усилителя (МШУ) поступает на вход блока преселектора полос, где происходит его расфилтровка на 8 полос по 54 МГц. Преобразование сверхвысокочастотного (СВЧ) сигнала осуществляется в линейных преобразователях блока преселектора полос с помощью смесителя ($СМ_1$) и гетеродина (Г). Преобразованные сигналы на частоте 365 ± 27 МГц поступают на коммутатор (К) и пассивно складываются в сумматоре выполненного в виде фильтра (Ф) на один выход.

Гетеродинный тракт блока преселектора полос состоит из синтезатора грубой сетки (СГС), который вырабатывает 8 опорных частот, разнесенных на 8,33(3) МГц друг относительно друга, генератором опорных частот (ОГ).

СГС в какой-либо момент времени вырабатывает только одну из 8 частот, а остальные запираются ключами. Соответственно, перенос спектра осуществляется только через тот блок преселектора полос, на который поступает опорная частота с СГС. СГС получает соответствующие команды в цифровом виде с датчика псевдослучайных команд ретранслятора (ДПКР) для формирования одной из 8 частот по псевдослучайному закону.

Управление ДПКР осуществляется по командной радиолнии (КРЛ). При использовании только одного ствола формируется только одна частота.

С выхода блока преселектора полос сигнал поступает на смеситель 2 ($СМ_2$), в котором с помощью синтезатора точной сетки (СТС) осуществляется преобразование на частоты: $100 \pm 7,2$ МГц; 115 ± 20 МГц; $100 \pm 0,25$ МГц в зависимости от используемого ствола на передачу и режима работы. СТС формирует 4096 частот в диапазоне $444,6 \div 485,55$ МГц с шагом перестройки 10 КГц. Устройство СТС также управляется командами в цифровом виде с ДПКР.

Совокупность двух ступней преобразования позволяет осуществить свертку сигнала из полосы 400 МГц на фиксированную промежуточную частоту. Число шагов перестройки, равное 32768, формируется в ДПКР пятнадцатиразрядным бинарным кодом. Высшие три разряда используются в СГС, а остальные в СТС. Алгоритм формирования псевдослучайных команд управления задается ключами ДПКР₁ для стволов СМВ диапазона и ДПКР₂ для ствола ДМВ диапазона. Длина каждого из ключей составляет 128 двоичных единиц. ДПКР может вырабатывать команды и в ограниченном поддиапазоне частот. Управление блоком и закладка ключей осуществляется по командам КРЛ. Для контроля исполнения команд и работоспособности узлов и блоков предусмотрена система телеметрических датчиков, информация с которых поступает в систему телеконтроля космического аппарата (КА).

Так как в системе реализован метод коллективной обработки сигналов нескольких ЗС, то перестройка частоты синтезатора ретрансляторов и возбuditелей (В) ЗС осуществляется по единой программе. Сигналы станций после свертки поступают в блок канальных демодуляторов (БКД) и далее в блок декодеров (БД), в которых осуществляется демодуляция сигналов и их декодирование. Затем сигналы уплотняются в аппаратуре временного уплотнения (АВУ) в групповой поток и с помощью передатчика (ПРД) передаются на землю. Кроме того, на АВУ подается сигнал с запоминающего устройства (ЗУ). При этом, на вход ЗУ поступают сигналы с выходов устройств анализа рассогласования по кадрам (УАРК) и анализа рассогласования по тактам (УАРТ). УАРК и УАРТ управляются сигналами, поступающими с БКД, через коммутатор (К).

Для еще большего повышения помехозащищенности (ПЗ) от помех, скорость перестройки которых мала по сравнению с величиной задержки сигнала при распространении от ЗС до КА, то есть по сравнению с возможным циклом управления режимом работы РТР по каналу управления (КУ), предлагается реализовать систему автоматического определения пораженных помехой частот и запрещения работы на них. При этом система может работать как в узкой, так и в широкой полосе, сужение полосы осуществляется автоматически, по мере «забывания» частот. Если поражаются помехой одна или несколько из 8 полос полностью, то они отключаются.

Для реализации алгоритма автоматического отключения пораженных помехой частот необходимо:

- постоянно осуществлять контроль за наличием помех на всех частотных позициях;
- передавать результаты контроля на ЗС, которые бы, в свою очередь излучали только те частоты, которые не поражены помехой;
- формировать в РТР аналогичную сетку опорных частот (с помощью формирователя сетки частот (ФСЧ)).

Чтобы избежать влияния сигнала на качество контроля за наличием помехи контроль должен осуществляться на тех частотных позициях, на которых в данный момент отсутствует сигнал. Данный режим работы может быть осуществлен путем формирования с СТС в любой момент времени не одной, а двух опорных частот. Вторая частота может формироваться от отдельного СТС и изменяться по своему закону от своего ДПКР. Однако с целью сокращения объема оборудования ее можно формировать с использованием постоянного сдвига на один или несколько частотных каналов относительно первой. При этом она будет перестраиваться по такому же алгоритму, как и первая, задаваемому с одного ДПКР.

Сформированная каким-либо образом вторая опорная частота подается на смеситель 3 (СМ₃), на другой вход которого поступает сигнал с выхода блока преселектора полос. В СМ₃ осуществляется преобразование спектра входного сигнала на промежуточную частоту, и затем фильтрация части спектра в информационной полосе. Затем поступает на детектор и после детектирования на решающее устройство (РУ). В РУ по превышению порога определяется факт наличия или отсутствия помехи на данной частотной позиции.

Результаты анализа подаются на блок управления (БУ), на который с ДПКР подается код текущей частоты. БУ определяет, с учетом сдвига, номер пораженной частоты. Номера пораженных частот передаются на землю по каналу управления. В соответствии с этой информацией на ЗС излучение на этих частотах не происходит, а вместо них используются другие частоты (рис. 2).

Порядок выбора других частот, вместо пораженных, определяется заранее установленным алгоритмом и обеспечивается блоком замены частоты (БЗЧ). Данный алгоритм должен определять отображение всех возможных частотных позиций в непораженные частотные позиции. При этом структура сигналов не должна изменяться. Только вместо одной частоты, определяемой по программе ДПКС, должна излучаться другая, определяемая по этой же программе и по алгоритму преобразования номеров.

Наиболее простым способом замены частотных позиций является способ, когда вместо следующей частоты излучение происходит на той же частоте до тех пор, пока не будет свободна от помех какая-либо новая частотная позиция. Другим вариантом замены может быть суммирование кода пораженной частоты с каким-либо заранее выбранным и т.д. Важно, чтобы алгоритмы замены были одинаковы на ЗС и РТР и синхронизированы друг с другом.

Для замены в РТР опорной частоты на другую частоту также дополнительно введен блок замены частоты. На его вход поступает текущая частота с СТС и частоты для формирования замены. Управление заменой осуществляется с блока управления. Наиболее просто реализовать замену в случае, когда ЗС не переходит на другую частоту, а остается на той же.

В ЗС все основные функции при работе в режиме ППРЧ осуществляет специальная аппаратура. Она состоит из трех основных функционально связанных устройств [6]: формирователя линейного сигнала; датчика псевдослучайных команд (ДПКС); устройства поиска и слежения (УПС); устройства контроля и интерфейса.

Формирование линейного сигнала осуществляется следующим образом. Информация, поступающая от аппаратуры временного уплотнения (АВУ) «А» на синхронных тактах кодируется в кодирующей плате (Кодере) [8]. В узле формирования выходных сигналов (ФВС) происходит временное объединение кодированных сигналов с синхросигналами, поступающими на плату, кодирующую с УПС.

Команды на перестройку частот вырабатывает ДПКС. При этом ДПКР является ведущим, а ДПКС – ведомым. ДПКР содержит генератор случайных чисел (ГСЧ) и генератор сложной нелинейной последовательности, в который вписываются от ГСЧ один раз за минуту начальные условия. Эти же начальные условия, закодированные с целью повышения достоверности и имитозащиты, передаются в составе группового сигнала на ЗС. Вырабатываемые ГСЧ начальные условия определяют форму сложной нелинейной последовательности команд на последующий минутный цикл и форму синхросигнала на некоторый интервал времени, используемые для синхронизации ППРЧ. За одну минуту в одном цикле начальные условия передаются 6 раз. При этом перед каждым субциклом передается его номер. Для формирования начальных условий с элементов

управления в основное и резервное запоминающее устройство (ЗУ) РТР вводятся соответственно основная и резервная программы.

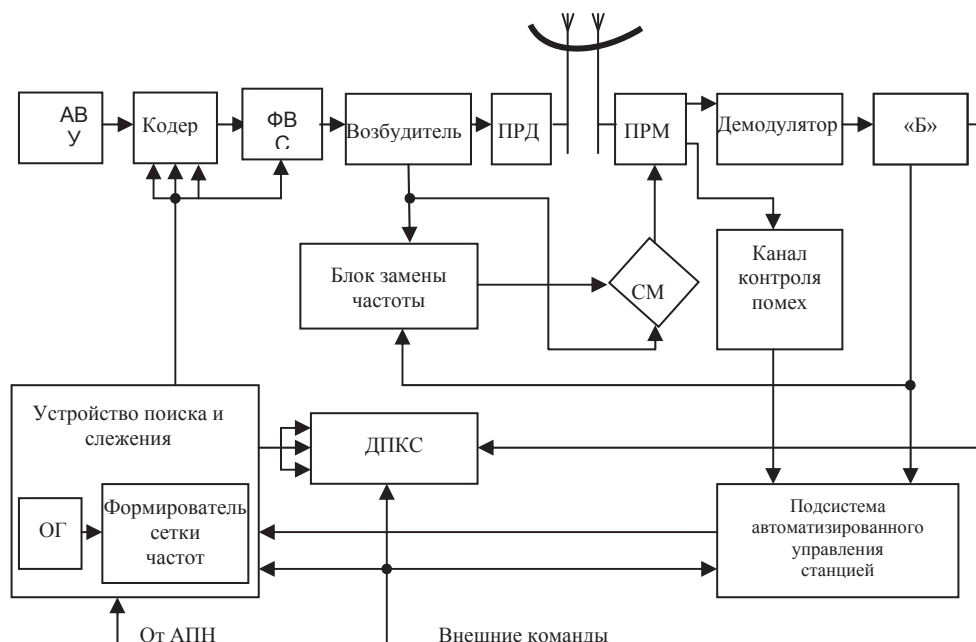


Рисунок 2 – Структурная схема аппаратуры земной станции

Шумовая последовательность начальных условий выделяется в узле приема синхропоследовательности ЗС, поступающей от аппаратуры «Б». Одновременно с шумовой последовательностью в составе синхропоследовательности (СП) передаются 10 секундные метки, каждая со своим номером. Для нормальной работы ДПКС достаточен достоверный прием одной 10 секундной метки и следующей за ней шумовой последовательности. Вслед за шумовой последовательностью, содержащей 127 двоичных символов, передаются номер рабочей программы (8 символов), разрешенные частотные диапазоны (8 символов) и контрольные символы команд.

Цепь формирования и подстройки сетки тактовых частот позволяет сформировать последовательности минутных, 10 секундных, цикловых, кадровых и тактовых импульсов в таких фазах, чтобы в РТР обеспечивалась свертка ППРЧ, синхронное временное уплотнение сигналов и цикловая синхронизация декодеров. Эта задача решается путем подстройки по частоте и фазе формирователя сетки тактовых частот (ФСЧ) с помощью устройств поиска и слежения.

Первоначальное фазирование ФСЧ осуществляется с помощью сигнала метки 10 секунд от РТР. Эта метка выделяется в узле приема СП на плате обработки информации. Импульсом метки 10 секунд осуществляется начальная установка всех разрядов ФСЧ. Сигналами с узла сканирование фазы кадровых им-

пульсов в диапазоне неопределенности по дальности с шагом, равным половине периода кадровой частоты. Величина диапазона сканирования заводится в блок слежения и поиска с ЭВМ станции. При обнаружении синхросигнала данной станции производится фазирование генератора с точностью до периода тактовой частоты, после этого блок переходит в режим слежения.

В режиме слежения в РТР формируются сигналы ошибки по тактовой частоте. При отсутствии обрывов в линии КА-ЗС обеспечивается обнаружение синхросигналов в РТР и высокая точность слежения даже при помехах, мощность которых превышает допустимую для информационного канала. После вхождения в синхронизм по тактовой частоте устройства слежения обеспечивают состояние синхронизма при обрыве в линии КА-ЗС на время до 30 секунд, при этом не нарушается фазировка ДПКС.

Таким образом, при предлагаемой реализации алгоритма автоматического запрета излучения на пораженных частотах все основные функции и структура сигнала остаются неизменными, поэтому не потребуется переделка существующей аппаратуры. В состав станции вводится дополнительно блок замены частоты, который осуществляет замену пораженной частоты по заранее установленной программе. Программу можно записывать в этот блок и для повышения имитозащиты использовать те же нелинейные преобразования и сложение с теми же шумовыми последовательностями, которые используются для формирования кода частоты.

Проведем оценку помехоустойчивости предложенного алгоритма.

В случае некогерентного приема сигналов с ППРЧ при передаче элементов сигнала методом относительной фазовой телеграфии (ОФТ) или частотной телеграфии (ЧТ) максимально допустимое значение отношения мощности помехи к мощности сигнала (ОМПМС) при шумовой помехе (q) вычисляется по формуле [4, 7]

$$q = \alpha N P_e(Q, d) e \beta, \quad (1)$$

где α – коэффициент, определяющийся видом манипуляции (для ЧТ $\alpha = 1$, для ОФТ $\alpha = 2$); $e = 2,72$; N – количество независимых частотных позиций сигнала с ППРЧ; $P_e(Q, d)$ – вероятность ошибки в приеме одного двоичного символа кодированной информации; β – коэффициент снижения ПЗ.

Заметим, что число N определяется при использовании шага перестройки частоты, равного полосе пропускания канального фильтра демодулятора. $P_e(Q, d)$ является функцией, зависящей от допустимой вероятности ошибки декодирования Q и исправляющей способности кода d . Коэффициент β определяется не идеальностью устройств обработки сигналов ($\beta = 4\div 6$ дБ).

Наиболее эффективной помехой при ППРЧ является многочастотная регулярная (гармоническая на отдельной частотной позиции или манипулированная), поражающая оптимальное (для каждого кода) количество частотных позиций.

В случае воздействия синусоидальных многочастотных помех допустимое значение ОМПМС равняется:

$$q = \alpha NP_e(Q, d)\beta. \quad (2)$$

При этом предполагается, что отношение мощности одной частотной составляющей помехи к мощности сигнала равно единице.

Вероятность ошибки при приеме одного бита информации в случае кодирования с повторением и мажоритарном декодировании, используемым при передаче информации со скоростями 1,5; 6; 12 Кбит/с, определяется выражением [3, 5]:

$$P_{\text{ош}} = \sum_{i=\frac{y+1}{2}}^y C_y^i P_e^i (1 - P_e)^{y-i}, \text{ где } y - \text{число повторений.}$$

При передаче информации со скоростью 60 Кбит/с расчет $P_{\text{ош}}$ в зависимости от P_e производится по формуле для кода БЧХ (15,7) (код Боуза – Чоудхури – Хоквингема):

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left(1 - \sum_{t=0}^{\frac{d-1}{2}} C_n^t P_e^t (1 - P_e)^{n-t} \right).$$

На рисунке 3 представлены зависимости вероятности появления ошибки сигнала с ППРЧ при «забитии» части полосы помехой различного вида.

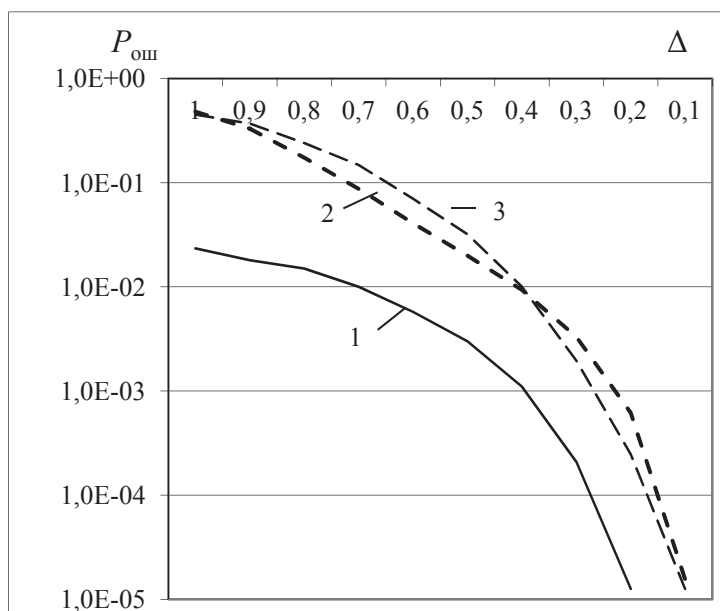


Рисунок 3 – Помехоустойчивость сигнала с ППРЧ при «забитии» части полосы помехой различного вида

Кривая 1 показывает результаты расчета вероятности ошибки в зависимости от величины части полосы «забития» шумовой помехи (Δ). Кривая 2 пока-

зывает вероятность ошибки при воздействии гармонической помехи в части полосы сигнала. Кривая 3 – результаты опытных испытаний при режекции части частот, что эквивалентно воздействию гармонических помех в виде «гребенки» занимающей часть спектра сигнала.

Запрещение излучения сигнала на пораженных частотах снижает число независимых частот. Поэтому в соответствии с выражениями (1) и (2) уменьшается величина допустимого отношения мощности случайной помехи к мощности сигнала. Однако помеха, с медленной скоростью изменения частоты почти не влияет на помехозащищенность линии связи с ППРЧ. Полученный выигрыш можно легко определить по приведенным формулам и графикам.

Выводы:

1. Предложенная реализация алгоритма автоматического запрета излучения на пораженных частотах позволяет сохранить все основные функции и структуру сигнала, поэтому не потребуется переделка существующей аппаратуры.

2. В состав станции вводится дополнительно блок, который осуществляет замену пораженной частоты по заранее установленной программе, которую можно записывать в этот же блок. Для повышения имитозащиты можно использовать те же нелинейные преобразования и сложение с теми же шумовыми последовательностями, которые используются для формирования кода частоты.

3. Запрещение излучения сигнала на пораженных частотах уменьшает число независимых частот, поэтому уменьшается величина допустимого отношения мощности случайной помехи к мощности сигнала. Однако помеха, с медленной скоростью изменения частоты, почти не влияет на помехозащищенность линии связи с ППРЧ.

Литература

1. Артющенко В.М., Аббасова Т.С., Кучеров Б.А. Повышение эффективности систем спутниковой связи путем оптимизации параметров земных станций // Радиотехника. 2015. № 2. С. 76-82.
2. Артющенко В.М., Воловач В.И. Алгоритмы оценки информационных параметров сигнала при воздействии широкополосных негауссовских помех // Автометрия. 2018. Т. 54. № 2. С. 43-53.
3. Журавлев В.И. Поиск и синхронизация в широкополосных системах. М: Радио и связь, 1986. 240 с.
4. Сендерский В.А. О помехоустойчивости корреляционного приема сигналов // Радиотехника. 1975. Т. 30. № 1. С. 91-92.
5. Сикарев А.А., Соболев В.В. Функционально устойчивые демодуляторы сложных сигналов. М: Радио и связь, 1988. 224 с.
6. Стационарные и подвижные станции спутниковой связи ЕССС-2. Красноярск: Государственное унитарное научно-производственное предприятие «Радиосвязь», 1998. 216 с.
7. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации / Под ред. В.Б. Пестрякова. М.: Сов. радио, 1973. 424 с.

8. ЭТП стационарной части аппаратуры помехозащищенной спутниковой связи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты. МНИИРС, 1982. 232 с.

УДК 629.78

**Дифференцированное обслуживание с адаптацией серверов
в космической телеметрии**

Игорь Иванович Ковалев, кандидат технических наук, доцент,
Татьяна Сергеевна Аббасова, кандидат технических наук, доцент,
кафедра информационных технологий и управляющих систем,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Технологический университет имени дважды Героя Советского Союза,
летчика-космонавта А.А. Леонова», г. Королев, Московская область

Исследованы космические системы телеметрии, применяющиеся для управления космическими аппаратами; предложено развитие архитектурных решений с применением сетевых технологий и предоставления приоритетов для обслуживания различного вида телеметрических данных с помощью многоканальной архитектуры и обслуживания с помощью серверов; на основе анализа схем построения сетевых систем телеметрии и оценок качества обслуживания разработан алгоритм дифференцированного обслуживания с адаптацией серверов.

Многоканальная телеметрия; мультиклассовая система; сетевая технология; космический сервер; приоритеты обслуживания.

Decision support based on rules of evidence-based reasoning

Igor Ivanovich Kovalev, Candidate of technical Sciences, Associate Professor,
Tatyana Sergeevna Abbasova, Candidate of technical Sciences, Associate Professor,
Department of Information technologies and control systems,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
«Technological University named after twice Hero of the Soviet Union,
pilot-cosmonaut A.A. Leonov», Korolev, Moscow region

Space telemetry systems used to control spacecraft have been studied; proposed the development of architectural solutions using network technologies and providing priorities for servicing various types of telemetry data using multi-channel architecture and servicing using servers; Based on the analysis of schemes for constructing network telemetry systems and quality of service assessments, an algorithm for differentiated service with server adaptation was developed.

Multichannel telemetry; multiclass system; network technology; space server; service priorities.

Введение

Телеметрия – это автоматизированный процесс измерения и беспроводной передачи данных с использованием датчиков для получения информации из удаленных источников, которыми в космической телеметрии являются космические летательные аппараты. Данные поступают в заданные моменты времени и свидетельствуют о состоянии объекта во время предполетной подготовки и во время полета. В космической телеметрии обрабатываются цифровые данные об инженерных измерениях (измерения температуры различных частей космического корабля, тока, напряжения, давления в узлах корабля, изображения с камер летательного аппарата) [3, С.56]. В телеметрии актуально развитие решений [12, С.76] с применением сетевых технологий [2, С.114], космического сервера, и предоставления приоритетов [1, С.160] для обслуживания различного вида телеметрических данных с помощью многоканальной архитектуры и обслуживания с помощью серверов [5, С.51].

Результаты исследования

В каналах управления космическим аппаратом (КА) с помощью современных сетевых технологий применяются геостационарные спутники-ретрансляторы (ГСР) [6, С.20]. Типовая схема решения с применением сетевых технологий и межспутниковых связей показана на рисунке 1 для организации связи между одной контрольно-измерительной станцией (КИС) и несколькими ГСР и оптимизации потоков маршрутизации информации.

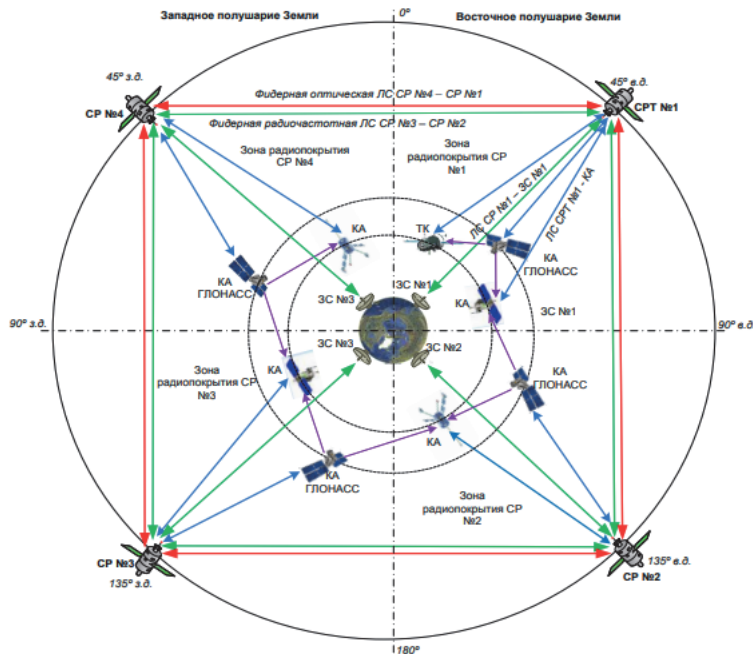


Рисунок 1 – Пример схемы организации телеметрической связи с космическим аппаратом с помощью геостационарных спутников-ретрансляторов

В приеме, обработке и передаче первичных и вторичных параметров ТМИ участвуют операторы: оператор повышения точности датчиков, кодирующий оператор, оператор согласования с каналом связи, оператор получения вторичных параметров, оператор калибровки, оператор повышения достоверности, декодирующий оператор, оператор согласования с системой анализа. Алгоритм первичной обработки ТМИ с помощью средств вычислительной техники и операторов, а также взаимосвязи между средствами вычислительной техники и операторами приведен на рисунке 2.

В функции оператора повышения точности датчиков входит учет влияния факторов окружающей среды на датчики (температура, влажность, электромагнитные поля, гравитация и пр.). В результате учета подобных вредных влияний оператор должен провести организационно-технические мероприятия, направленные на уменьшение погрешности и увеличение точности датчиков.

В функции кодирующего оператора входит перекодировка данных ТМИ с помощью помехоустойчивого кода. Далее данные ТМИ передаются оператору согласования с каналом связи, в функции которого входит согласование данных в соответствии с их скоростью поступления и структурой.

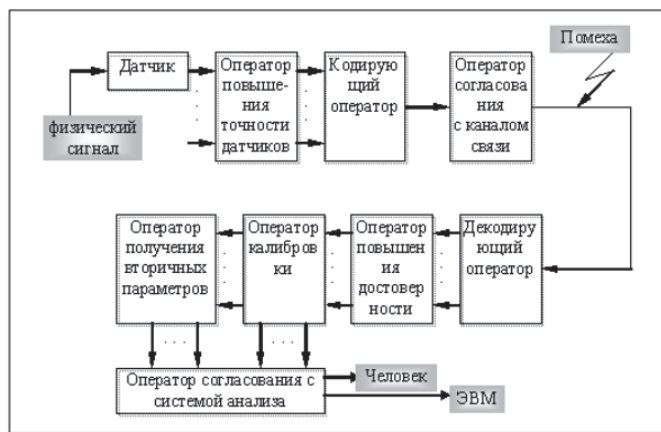


Рисунок 2 – Типовая схема обработки телеметрической информации с помощью операторов

Та часть обработки ТМИ, которая участвует в формировании данных, нужных одному из операторов или системе поддержки принятия решений, называется вторичной обработкой ТМИ. Решения, которые генерирует система поддержки принятия решений, направлены на управление телеметрическими объектами, поиск неисправностей в телеметрическом оборудовании, а также на исследование и контроль параметров, контролируемых с помощью телеметрии систем (телеметрируемых систем). Схема управляющих воздействий при поддержке принятия решений по результатам обработки вторичной ТМИ показана на рисунке 3.

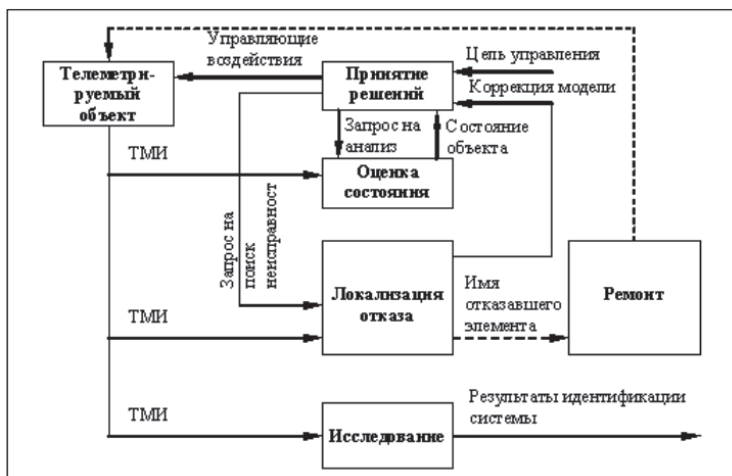


Рисунок 3 – Схема системы поддержки принятия решений при вторичной обработке телеметрической информации

Запрос на анализ должен учитывать задачи и виды анализа, так как от задач и видов зависит конкретная схема построения телеметрической системы и обрабатываемые объемы ТМИ.

Телеметрическую систему можно представить как семиуровневую иерархическую модель взаимодействия открытых систем. На рисунке 4 показаны требования к услугам каждого уровня. На основании этих требований разрабатываются показатели качества обслуживания.

При постановке задачи более полного и компактного отображения телеметрируемых данных и процессов, соответствующих схемам обработки этих данных, предъявляются менее жесткие требования к минимизации времени такой обработки, по сравнению с оперативной обработкой ТМИ. Результаты полной обработки позволяют вычислять обобщенные характеристики телеметрируемой системы (объекта).

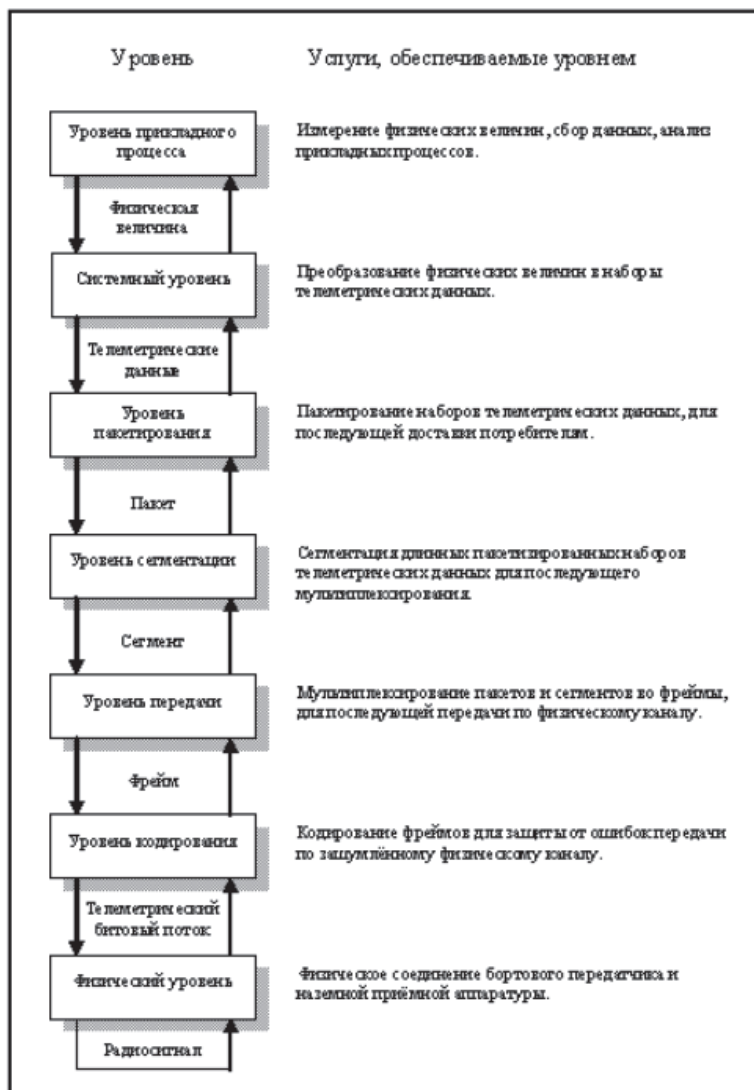


Рисунок 4 – Структура иерархической модели телеметрических служб

Современные международные космические станции выполняют функции космических центров обработки данных (ЦОД), на них можно разместить космические серверы. Выполнять функции серверных стоек могут также спутники, которые раньше выполняли в основном роль ретрансляторов. Однако существуют проекты построения отдельных космических ЦОД японскими, американскими и российскими телекоммуникационными компаниями. Применение в таких ЦОД космических серверов привлекательно с точки зрения кибербезопасности, так как к таким серверам нет прямого доступа. Также появляется возможность обрабатывать автоматически и с высокой скоростью большие данные о космических

исследованиях. Пример конструкции космического сервера, который доставляется на орбиту с пусковым контейнером, приведен на рисунке 5.

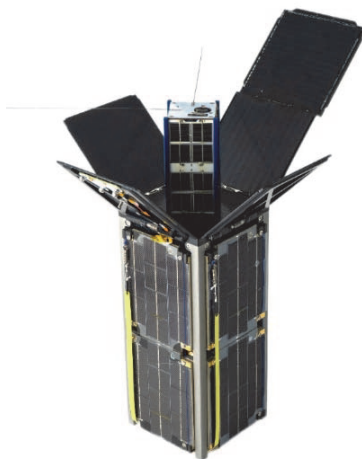


Рисунок 5 – Конструкция космического сервера с пусковым контейнером

С внедрением серверов на орбите [7, С.125] активно разрабатываются космические центры обработки данных (ЦОД), в которых предлагается применить сервис с дифференцированным обслуживанием с адаптацией серверов. Необходимо создать эффективное клиент-серверное распределение поступающих вызовов, рациональное использование ресурсов ЦОД и минимизацию обслуживающих устройств (аппаратного обеспечения) ЦОД, в том числе в центрах управления полётом (ЦУП).

Данное исследование во многом мотивировано состоянием современных многоканальных распределенных телеметрических систем. Цель проведения численного исследования – показать, что предлагаемое решение работает очень хорошо, даже для систем среднего размера. При численном и компьютерном моделировании, идентификации параметров телеметрической системы необходимо провести оптимизационный расчет по заданному критерию. Оптимизационные модели применяются для решения задач оптимального управления моделируемым объектом и основаны на использовании линейного и динамического программирования или использования теории игр. При моделировании сложных телеметрических систем возникают следующие проблемы: недостаток информации о системе, требование значительных упрощений, проблема размерности и шага численного моделирования.

Динамическое программирование применяется преимущественно в теории управления и теории вычислительных систем для решения сложных задач путём разбиения их на более простые подзадачи. Уравнение Беллмана переформулирует оптимизационную задачу в рекурсивную последовательность более простых подзадач и позволяет перейти от решения исходной многошаговой задачи оптимизации к последовательному решению нескольких одношаговых за-

дач оптимизации. Метод динамического программирования требует большой вычислительной работы.

В теории игр не ставится задача найти какое-то конкретное числовое решение, необходимо очертить область возможных решений или предоставить дополнительные сведения о возможном развитии событий и рекомендовать правила поведения. В очень редких (исключительных) случаях для игровых моделей определяется количественная оценка или указывается оптимальное решение. Возможно сведение задачи теории игр к задаче линейного программирования.

Оптимизационные модели можно разделить на модели в управлении и модели в проектировании. Когда речь идет об оптимизационных моделях технических систем, объектов и устройств, то необходимы конкретные числовые решения.

Основываясь на собственном опыте, а также других исследованиях, проводимых в этой области, использующих методологии, аналогичные представленным, существуют основания полагать, что необходима оптимизационная модель управления, приближения работают очень хорошо, и приведенный ниже числовой пример является показательным в уникальности методологии. Для решения задач оптимизации параметров и повышения эффективности функционирования устройств предлагается использовать специализированные программные пакеты

Предлагаемое решение используется в простом трехклассовом примере. Для решения примера используется V-модель, в которой параллельно каждому этапу разработки идет этап тестирования. V-модель в данном исследовании является продолжением стандартной модели нагрузки Эрланговской системы ожидания $M/M/N$. В обобщенном виде эта модель приведена на рисунке 6, представлены n классов обслуживания.

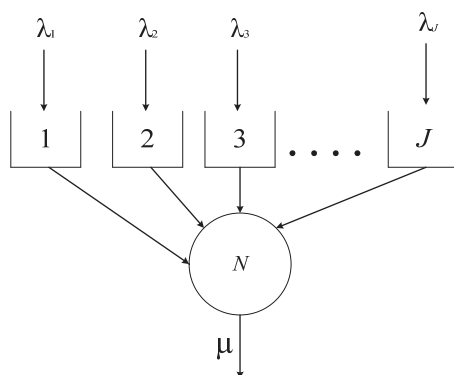


Рисунок 6 – Структурная схема V-модели для n классов обслуживания с одним сервером N

В V-модели для проведения исследования заданы три класса обслуживания с одинаковыми интенсивностями отказов λ . Разные классы обслуживания означают, что данные классы 1 ожидают задержку во времени обслуживания менее всего, например, 5 секунд; что данные класса 2 ожидают задержку во време-

ни обслуживания, которая больше, чем для данных класса 1, например, 25 секунд; данные класса 3 могут ожидать во времени обслуживания в 1 минуту или более. Данный пример показывает, что даже в этой, казалось бы, двойственной ситуации представленная процедура решения работает очень хорошо, в соответствии с классами данных, но с одинаковой надежностью.

V-модель предназначена для решения вопроса, сколько серверов требуется для дифференцированного обслуживания системы космической телеметрии.

Количество необходимых серверов для системы космической телеметрии зависит от множества факторов, включая объем данных, частоту передачи данных, требования к обработке и хранению информации, а также масштабируемость системы.

Основные аспекты, которые необходимо учитывать при планировании инфраструктуры телеметрической системы:

1) Передача данных. Для получения данных с космических аппаратов требуются мощные коммуникационные системы, способные обрабатывать большие объемы данных в реальном времени. Это может потребовать нескольких специализированных серверов для обработки и маршрутизации данных.

2) Хранение данных. Хранение больших объемов телеметрических данных требует значительных ресурсов хранения. Возможно использование распределенных систем хранения данных (например, Hadoop) для эффективного управления и доступа к данным.

3) Анализ данных. Обработка и анализ данных могут включать сложные алгоритмы и методы машинного обучения. Для этого могут понадобиться отдельные серверы для выполнения аналитических задач.

4) Безопасность и надежность. Космическая телеметрия часто содержит конфиденциальную информацию, поэтому безопасность данных является критическим аспектом. Системы резервного копирования и восстановления данных должны быть тщательно продуманы.

5) Масштабируемость: Система должна быть способна расширяться по мере роста объема данных и увеличения числа космических аппаратов. Использование облачных решений может упростить масштабирование.

В нашем случае будет полезно рассмотрение системы $M/M/N$ с частотой прибытия, скоростью обслуживания и обслуживанием FCFS (от англ. First-Come, First-Served – первое прибытие, первое обслуживание), в котором необходимо найти минимально необходимое оборудование, чтобы среднее время ожидания составило менее заданного значения. Значения требуемых уровней укомплектования для этой упрощенной задачи можно легко получить с помощью любого Erlang-C калькулятора. Для этой цели использовалась функция расширенного запроса в программном обеспечении, в котором рассматривались значения от 500 до 2000 поступлений в час.

Чтобы подчеркнуть размер рассматриваемых систем телеметрии, необходимо оценить параметр, дает хорошее представление о размерах загруженности (объем работы, поступающей за единицу времени)

$$R = \lambda/\mu. \quad (1)$$

Для оценки производительности для разных классов данных используется инверсия точных преобразований Лапласа, приведенных в работе Schaack and Larson (1986). На рисунке 7 показан уровень производительности для классов 1 и 2 с использованием заданной нижней границы с применением правила статического приоритета с наивысшим приоритетом для класса 1 и с наименьшим для класса 3. Как видно, политика выполнима для всех значений $R > 35$.

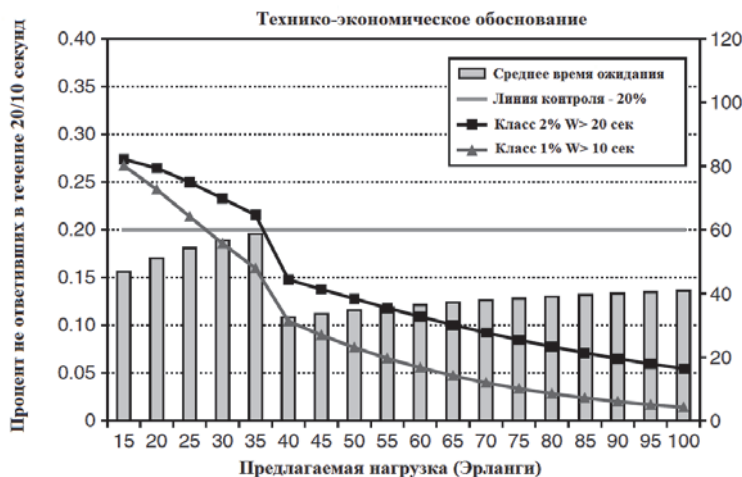


Рисунок 7 – Удовлетворение ограничений для классов 1 и 2: использование статического приоритета

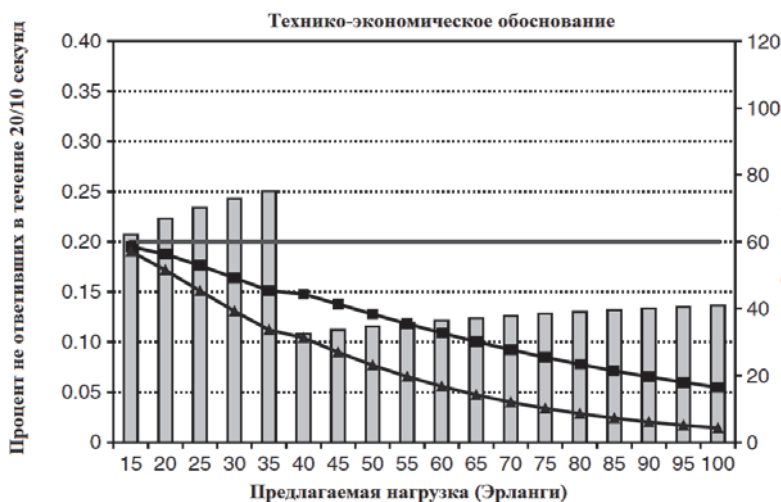


Рисунок 8 – Удовлетворение ограничений для классов 1 и 2: использование порогов

Затем применяется контроль порогового приоритета, рекомендованный

предлагаемой процедурой, с тем же порядком приоритета, но с пороговым значением, примененным к классу 3 (для $R \leq 35$), то есть данные 3 класса будут приняты на обслуживание только при наличии более одного свободного обслуживающего устройства, а очереди 1 и 2 при этом свободны. В этом случае, как показано на рисунке 8, видно, что R выполняется для классов 1 и 2 для всех значений.

Использование этих порогов, естественно, приведет к еще большему нарушению глобального ограничения для небольших систем. Однако, согласно представленным расчетам, выполнение процедуры обеспечивается для всех значений нагрузки, строго превышающих 35. Схемы систем телеметрии характеризуются укомплектованием различными обслуживающими устройствами, которые асимптотически оптимальны по мере увеличения показателей прибытия. Если общий коэффициент прибытия для этой системы достаточно велик, то ожидается, что асимптотически оптимальная политика будет почти оптимальной для этой системы.

Для того, чтобы осуществить асимптотический подход, системы надо индексировать $r = 1, 2, \dots$ (для обозначения надстрочного индекса) с возрастающей общей скоростью поступления $\lambda^r = \sum_{i=1}^J \lambda_i^r$ и фиксированной скоростью обслуживания $\mu^r \equiv \mu$. Пусть $R^r = \lambda^r / \mu$ – общая загрузка системы; тогда без ограничения считается, что индекс r выбран так, что

$$r \equiv R^r \quad (2)$$

Показатели прибытия в разные классы могут быть относительно общими. Предполагается, что скорость поступления с самым низким приоритетом сопоставима с λ^r для каждого r , и что существуют J чисел $\xi_k \geq 0, k = 1, \dots, J$, с $\sum_{k=1}^J \xi_k = 1$, так что скорость поступления каждого класса ведет себя согласно следующему правилу

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\lambda_k^r}{\lambda^r} &= \xi_k, \quad k = 1, \dots, J, \\ \xi_J &> 0, \xi_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, J-1. \end{aligned} \quad (3)$$

Для каждого фиксированного r дифференциация уровня обслуживания между классами $1, \dots, J-1$ математически определяется с помощью следующей формулировки:

Минимизировать количество оборудования N , при условии

$$\begin{aligned} E[W^r] &\leq T^r, \\ P\{W_i^r > T_i^r\} &\leq \alpha_i, \quad i = 1, \dots, J-1, \\ N &\in \mathbb{Z}_+, \pi \in \Pi, \end{aligned} \quad (4)$$

где T и целевые показатели уровня обслуживания, $T_i, i=1, \dots, J-1$, строго положительные константы $0 < \alpha_i < 1$.

Предполагается, что, классы $i = 1, \dots, J - 1$ упорядочены в неубывающем порядке T_i^r , причем $\alpha_i < \alpha_{i+1}$ всякий раз, когда $T_i^r = T_{i+1}^r$. Кроме того, неофициальное предположение о том, что ограничения для классов $i = 1, \dots, J - 1$ имеют меньший порядок величины, чем глобальное ограничение, формально дается через следующее соотношение

$$T^r = \hat{T}/r^\gamma, T_i^r = \hat{T}_i/r^{\gamma_i}, \text{ и } \gamma_i > \gamma \text{ для всех } i < J \text{ и } \gamma \in (0, \infty).$$

В дальнейшем берется во внимание, что предположение выполнено. Результаты будут даны для произвольных $\gamma \in (0, \infty)$.

Таким образом, для контроля приоритетов обслуживания данных разного класса предложены правила предельного приоритета незанятого сервера с дифференцированием.

С точки зрения структуры, правила дифференцированного обслуживания даны следующим образом: рассматривается последовательность систем, проиндексированных r , со скоростью обслуживания μ и совокупной скоростью поступления λ^r для r системы так, что выполняется (3). Затем правило управления $FCFS$ даются следующим образом: должен быть определен уровень обслуживания μ и правило управления, которое для $j = J - 1, \dots, 1$ формируется рекурсивно следующим образом

$$K_{j+1}^r - K_j^r = \left\lfloor \frac{\ln\left(\frac{\alpha_j}{P\{W_{j+1}^r > 0\} \bar{F}(N^{*r}, T_j^r; \sigma_j^r; \sigma_{j-1}^r)}\right)}{\ln(\sigma_j^r)} \right\rfloor \vee 0, j = J - 1, \dots, 1. \quad (5)$$

Получено

$$P\{W_j^r > 0\} = P\{W_{j+1}^r > 0\}(\sigma_j^r)^{K_{j+1}^r - K_j^r}. \quad (6)$$

$$P\{W_j^r > 0\} := P\{W_{\lambda^r, \mu}^{FCFS}(N^{*r}) > 0\} \text{ и } \sigma_j^r = \sum_{k=1}^j \rho_k^r = \sum_{k=1}^j \left(\frac{\lambda_k^r}{N^r \mu}\right). \quad (7)$$

Фактически, пороговые значения определяются установкой $K_1^r = 0$. Следует обратить внимание, что приведенные выше правила комплектования оборудованием ЦОД и контроль определяются через параметры T^r и $T_i^r, \alpha_i, i = 1, \dots, J - 1$, и независимы от параметров масштабирования $\gamma_i, i = 1, \dots, J$. На практике, реализация данной политики проста и не требует определения коэффициентов масштабирования.

Заключение

Проанализированы решения решений с применением сетевых технологий, космических центров обработки данных и космических серверов.

Составлена V-модель для решения вопроса, сколько серверов требуется для дифференцированного обслуживания системы космической телеметрии.

Разработан механизм для космического сервера, входящего в систему телеметрии, который мог бы обеспечить равномерное распределение информации в многомерном запросе путем предоставления приоритетов с использованием определенного (минимально возможного) количества обслуживающих устройств, а также приоритеты при обслуживании различных классов данных.

Для контроля приоритетов обслуживания данных разного класса предложены правила предельного приоритета незанятого сервера с дифференцированием.

Литература

1. Аббасова Т.С., Аббасов Э.М. Обработка агрегированных данных веб-сервисов / Современные информационные технологии. Сборник научных статей 9-й Международной научно-технической конференции. Бургас, 2023. Издательство: Институт гуманитарных наук, экономики и информационных технологий, Бургас (04-05 июля 2023 года). С. 159-166 (340 с.).
2. Аббасова Т.С., Басистый И. Развитие систем связи и интернета в космосе / В сборнике: Русский космизм: история и современность. Место и роль науки и технологий в решении глобальных проблем современности. Сборник трудов по материалам VIII Всероссийской научно-практической конференции. Москва, 2024. С. 113-121 (314 с.).
3. Аббасова Т.С., Комраков А.А. Восстановление и проверка корректности телеметрических данных // Информационно-технологический Вестник. 2015. № 2(04). С. 55-64.
1. Аббасова Т.С., Мудрецов А.В. Модели и методы машинного обучения для анализа данных о космических объектах // Информационно-технологический вестник. 2023. № 4(38). С. 94-104.
4. Аббасова Т.С., Петровская З.В. Повышение оперативности обработки цифровой телеметрии в ракетно-технических системах // Информационно-технологический вестник. 2022. № 2(32). С. 49-56.
5. Аббасова Т.С., Погосян А.Т. Анализ структуры наземного комплекса управления космическими летательными аппаратами // Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации (ITRT-2016): сб. статей VI международной заочной научно-технической конференции. Ч. 1 / Поволжский гос. ун-т сервиса. Тольятти: Изд-во: ПВГУС, 24-25.03.2016. С. 19-22 (345 с.).
6. Аббасова Т.С., Ярыжко И.С. Применение больших данных и аналитики в космической науке / В сборнике: Русский космизм: история и современность. Место и роль науки и технологий в решении глобальных проблем современности. Сборник трудов по материалам VIII Всероссийской научно-практической конференции. Москва, 2024. С. 122-131 (314 с.).
7. Аббасов Э.М. Методика оценки дальности приема современными телеметрическими средствами при пусках изделий с космодромов // Информационно-технологический Вестник. 2020. № 3(25). С. 3-12.
8. Артюшенко В.М., Васильев Н.А., Аббасова Т.С. Комплекс полунатурного моделирования систем автоматического управления летательных аппаратов и

ракетно-космической техники // Современные образовательные технологии, используемые в очном, заочном и дополнительном образовании / Сборник – Королев МО: Изд-во «Канцлер», Финансово-технологическая академия, ФТА, 2014. С. 17-22 (426 с.).

9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей М.: Наука, 1969. 576 с.
10. Ковалев И.И., Аббасова Т.С. Поддержка принятия решений на основе правил доказательной аргументации // Информационно-технологический вестник. 2024. № 1(39). С. 34-47.
11. Теодорович Н.Н., Ковалев И.И., Семенов А.Б. Оптимизация параметров оборудования перспективных многолучевых спутниковых систем // Информационно-технологический вестник. 2020. № 3(25). С. 75-87.

УДК 621.396.962:629.7

**Анализ влияния внешних возмущений на характеристики
синтезированной апертурной антенны при произвольной траектории
движения летательного аппарата**

Евгений Кимович Самаров, доктор технических наук,
заведующий кафедрой математики,
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный морской
технический университет», г. Санкт-Петербург

Рассмотрен анализ влияния фазовых флуктуаций и аддитивных помех на характеристики синтезированной апертурной антенны. Представлены соотношения для оценки разрешающей способности и точности определения азимута в радиолокационной станции с синтезированной апертурной антенной в условиях воздействия фазовых флуктуаций отраженного сигнала и аддитивных помех при произвольной траектории движения летательного аппарата и наземных объектов. Показано, что в условиях воздействия аддитивных помех (шума) математическое ожидание и дисперсия углового положения объекта, а также длительность выходного сигнала по угловому параметру зависят от соотношения энергетических характеристик этого шума и отраженного сигнала.

Радиолокационная станция, фазовые флуктуации, синтезированная апертура антенны, летательный аппарат, радиолокационное изображение, дисперсия углового положения объекта.

**Analysis of the influence of external disturbances on the characteristics of
a synthesized aperture antenna with an arbitrary trajectory of the aircraft**

Evgeny Kimovich Samarov, Doctor of Technical Sciences,
Head of the Department of Mathematics,
St. Petersburg State Maritime Technical University, St. Petersburg

The analysis of the effect of phase fluctuations and additive interference on the characteristics of a synthesized aperture antenna is considered. The relations for estimating the resolution and accuracy of azimuth determination in a radar station from a synthesized aperture antenna under the influence of phase fluctuations of the reflected signal and additive interference with an arbitrary trajectory of the aircraft and ground objects are presented. It is shown that under the influence of additive interference (noise), the mathematical expectation and dispersion of the angular position of the object, as well as the duration of the output signal in the angular parameter depend on the ratio of the energy characteristics of this noise and the reflected signal.

Radar station, phase fluctuations, synthesized antenna aperture, aircraft, radar image, dispersion of the angular position of the object.

Введение

В работах [1-3, 5] исследовано влияние фазовых флуктуаций (ФФ) принимаемых сигналов в радиолокационных станциях (РЛС) с синтезированной апертурой антенны (РСА) на разрешение по азимуту и точность определения азимута неподвижных движущихся [1, 2] наземных объектов (целей) при произвольных траекториях полета летательного аппарата (ЛА) и угле β_n [3] без учета аддитивных помех.

Рассмотрим и проанализируем влияние фазовых флуктуаций и аддитивных помех на указанные основные характеристики РСА при произвольной траектории ЛА и наземных объектов.

Оценка влияния фазовых флуктуаций и аддитивных помех на основные характеристики синтезированной апертурой антенны при произвольной траектории полета летательного аппарата и наземных объектов. Оценку будем осуществлять с помощью метода моментов по модулю функции выходного сигнала, радиолокационного изображения (РЛИ), системы обработки.

Сигнал на выходе системы обработки РСА, отраженный от i -го движущегося объекта ζ_i [3]

$$S_n(\beta_i, \tau) = A(\beta_i, \tau) \exp\{-i[kD(\beta_i, \tau) - \beta_c(\tau)]\} + \dot{n}(\tau), \quad (1)$$

где $A(\beta_i, \tau)$ – амплитуда сигнала; β_i – угол наблюдения i -го движущегося объекта относительно оси O_1Y_1 системы координат синтезирования $O_1X_1Y_1Z_1$; τ – текущее время на пространственном интервале синтезирования (ИС) L_c , которому соответствует временной ИС T_c ($|\tau| \leq T_c/2$); $k = 4\pi/\lambda$ – удвоенное волновое число; λ – длина волны РСА; $D(\beta_i, \tau)$ – расстояние между фазовым центром антенны (ФЦА) и i -м объектом на ИС; $\beta_c(\tau)$ – флуктуации фазы, обусловленные различными физическими процессами [3]; $\dot{n}(\tau)$ – аддитивная комплексная помеха с нулевым математическим ожиданием и практически постоянным значением спектральной плотности в полосе пропускания приемника РСА, с временем корреляции, значительно меньшим T_c .

В [3] представлен рисунок (который из-за своей громоздкости мы здесь не приводим), на котором изображены две правые ортогональные системы координат: нормальная земная система координат (НЗСК) $O_0X_gY_gZ_g$ и подвижная система координат синтезированной (СКС) $O_1X_1Y_1Z_1$ ось O_1Z_1 которой проходит по местной вертикали через ФЦА в момент времени t полета, совпадающий с центром каждого временного ИС ($\tau = 0$).

Ось O_1Y_1 проходит в тот же момент времени через опорную точку ζ_0 , расположенную под углом β_n относительно вектора \mathbf{v}_n путевой скорости ЛА. Углы ψ_k и γ_k – соответственно углы карты и падения; \mathbf{v}_k – вектор земной (полной) скорости ФЦА (ЛА); β – текущее значение азимутального угла относительно оси O_1Y_1 в пределах углового размера β_k кадра РЛИ (для упрощения записи аргумент t в последующих соотношениях опущен); 1 и 2 – траектория и линии пути ФЦА (ЛА), 3 и 4 – кадр РЛИ и полосы равных дальностей.

При обработке в РСА сигнала (1) методом гармонического анализа сигнал на выходе линейной части системы обработки [2]

$$\begin{aligned} \dot{F}(\alpha_0, \omega_0, \omega) = & \int_{-T_c/2}^{T_c/2} A(\beta_i, \tau) \dot{H}(\alpha_0, \omega_0, \omega) \exp\{-i\omega\tau\} d\tau + \\ & + \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \dot{n}(\tau) \dot{H}(\tau) \exp\{ikD(\tau)\} \exp\{-i\omega\tau\} d\tau, \end{aligned} \quad (2)$$

где ω – круговая частота; $H(\tau)$ – весовая функция, обычно являющаяся четной функцией [1]; $D(\tau) = D(0, \tau)$ – текущее расстояние «ФЦА-Ц₀» на ИС;

$$\omega_0 = k[v_{RЦ} + \beta_i(v_{ЦX_1} - v_{X_1})\sin\gamma + \beta_i^2(v_{ЦY_1} - v_{Y_1})\sin\gamma/2]; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \alpha_0 = & k\{a_{RЦ} + a_{RK} + \beta_i[(a_{ЦX_1} - a_{X_1})\sin\gamma - a_{RK_1}] + \\ & + \beta_i^2[(a_{ЦY_1} - a_{Y_1})\sin\gamma - a_{RK_2}]/2\}/2; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\dot{H}(\alpha_0, \omega_0, \omega) = H(\tau) \exp\{i[\alpha_0\tau^2 + \omega_0\tau + \beta_c(\tau)]\}, \quad (5)$$

где $v_{RЦ}$ и $a_{RЦ}$ – радиальные скорость и ускорение движущегося объекта, цели, Ц_i относительно ФЦА при $\tau = 0$; v_{X_1} , $v_{ЦX_1}$ и v_{Y_1} , $v_{ЦY_1}$ – составляющие скоростей ФЦА и Ц_i по осям O_1X_1 и O_1Y_1 СКС в тот же момент времени; a_{X_1} , $a_{ЦX_1}$ и a_{Y_1} , $a_{ЦY_1}$ – составляющие ускорения ФЦА и Ц_i по осям O_1X_1 и O_1Y_1 СКС при $\tau = 0$.

Приведенные скорости и ускорения, а также значения a_{RK} , a_{RK_1} , a_{RK_2} определены в [2], где показано, что при линейной связи между текущими значениями угла β и круговой частотой ω ($\beta \approx \frac{\omega}{[k(v_{ЦX_1} - v_{X_1})\sin\gamma]}$), математическое ожидание, дисперсия положения центра тяжести модуля выходного сигнала, характеризующие точность определения азимута объекта на РЛИ, и разрешение по азимутальному углу задаются равенствами

$$\begin{aligned} m_\beta &= \frac{m_\omega}{[k(v_{ЦX_1} - v_{X_1})\sin\gamma]}, \\ D_{m_\beta} &= \frac{D_m}{[k(v_{ЦX_1} - v_{X_1})\sin\gamma]^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\delta\beta_A = 2|R_\beta| = 2 \left| \frac{R_\omega}{[k(v_{ЦX_1} - v_{X_1})\sin\gamma]} \right|,$$

где R_β – радиус протяженности модуля выходного сигнала;

$$\begin{aligned} m_\omega &= M\{m\} = M\left\{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega |\dot{F}(\alpha_0, \omega_0, \omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{F}(\alpha_0, \omega_0, \omega)|^2 d\omega}\right\}, \\ D_m &= M\{m^2\} - m_\omega^2, \end{aligned} \quad (7)$$

$$R_\omega = \sqrt{M\left\{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\dot{F}(\alpha_0, \omega_0, \omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{F}(\alpha_0, \omega_0, \omega)|^2 d\omega}\right\} - M\{m^2\}}, \quad (8)$$

где $M\{\cdot\}$ – операция статистического усреднения.

С помощью (2)–(8), используя теорию комплексных случайных процессов [7] и методику из [1], после преобразований можно получить соотношения для m_β , D_{m_β} и R_β , в подынтегральные выражения которых входят дисперсия

$$D_n = M\{|\dot{n}(\tau)|^2\},$$

и корреляционная функция

$$R_n(\tau_1 - \tau_2) = M\{\dot{n}(\tau_1)n^*(\tau_2)\},$$

аддитивной комплексной помехи, а также дисперсия

$$D_{n'} = M \left\{ \left| \dot{n}'(\tau) \right|^2 \right\},$$

корреляционная функция

$$R_{n'}(\tau_1 - \tau_2) = M \{ \dot{n}'(\tau_1) \dot{n}'^*(\tau_2) \} = \frac{\partial^2}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} R_n(\tau_1 - \tau_2),$$

производной этой помехи.

Так как по условию время корреляции аддитивной помехи значительно меньше T_c , а спектральная плотность $S_m(\omega)$ этой помехи практически не изменяется в полосе пропускания приемника РСА ($S_m(\omega) \approx N_n$), с определенной степенью приближения можно получить [7]

$$R_n(\tau_2 - \tau_1) \approx N_n \delta(\tau_2 - \tau_1);$$

$$R_{n'}(\tau_1 - \tau_2) \approx N_n \frac{\partial^2}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \delta(\tau_2 - \tau_1),$$

где $\delta(\tau_2 - \tau_1)$ – дельта-функция Дирака.

Воспользовавшись теорией обобщенных функций [8-10], в частности фильтрующими свойствами дельта-функции и ее производных, соотношения для m_β , D_{m_β} и R_β можно упростить:

$$m_\beta = U \left[\omega_0 + \frac{\omega_*}{q} + \frac{1}{T_c q S} \int_{-T_c/2}^{T_c/2} M \{ \beta'_c(\tau) \} H^2(\tau) d\tau \right]; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} D_{m_\beta} = & \left(\frac{U}{q S} \right)^2 \left\{ \frac{1}{T_c^2} \iint_{-T_c/2}^{T_c/2} K_{\beta'_c}(\tau_1, \tau_2) H^2(\tau_1) H^2(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 - \right. \\ & - \left[\frac{1}{T_c} \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} M \{ \beta'_c(\tau) \} H^2(\tau) d\tau \right]^2 + \frac{2}{q A_n T_c} \left(3 \int_{-T_c/2}^{T_c/2} [H'(\tau)]^2 H^2(\tau) d\tau + \right. \\ & + [(k a_R - \alpha_0)^2 + 3 \alpha_0^2] \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \tau^2 H^4(\tau) d\tau + [(\omega_0 - \omega_*)^2 + \omega_0 \omega_*] \times \\ & \times \int_{-T_c/2}^{T_c/2} H^4(\tau) d\tau + (2 \omega_0 - \omega_*) \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} M \{ \beta'_c(\tau) \} H^4(\tau) d\tau + \\ & + (4 \alpha_0 - k a_R) \times \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} M \{ \beta'_c(\tau) \} \tau H^4(\tau) d\tau + \\ & \left. + \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} M \{ \beta'_c(\tau) \} H^4(\tau) d\tau \right) + \frac{1}{q^2 A_n} \left[4 H''(\tau) \Big|_{\tau=0} + \omega_0^2 \right] \Big\}; \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_\beta^2 = & \frac{U^2 (1+1/q)}{2 \pi T_c q S} \left\{ \left(1 + \frac{1}{q A_n} \right) \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} [H'(\tau)]^2 d\tau + \left(4 \alpha_0^2 + \frac{k^2 a_R^2}{q A_n} \right) \times \right. \\ & \times \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \tau^2 H^2(\tau) d\tau + \frac{D_{n'}}{D_n q A_n} \int_{-T_c/2}^{T_c/2} H^2(\tau) d\tau + \\ & + T_c q S \left[\left(\omega_0^2 + \frac{\omega_*^2}{q} \right) - \frac{2 \pi}{1+1/q} \left(\omega_0 + \frac{\omega_*}{q} \right)^2 \right] + \\ & + 4 \alpha_0 \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} M \{ \beta'_c(\tau) \} \tau H^2(\tau) d\tau + 2 \left[\omega_0 - \frac{2 \pi}{1+1/q} \left(\omega_0 + \frac{\omega_*}{q} \right) \right] \times \\ & \times \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} M \{ \beta'_c(\tau) \} H^2(\tau) d\tau + \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} M \{ [\beta'_c(\tau)]^2 \} H^2(\tau) d\tau - \frac{2 \pi}{T_c q S (1+1/q)} \times \\ & \times \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} M \{ \beta'_c(\tau) \} H^2(\tau) d\tau \Big\} - D_{m_\beta}. \quad (11) \end{aligned}$$

В выражениях (9)-(11) переменные имеют следующие значения:

$K_{\beta'_c}(\tau_1, \tau_2) = M\{\beta'_c(\tau_1)\beta'_c(\tau_2)\}$ – ковариационная функция производной случайного процесса $\beta_c(\tau)$;

$$\omega_* = kU_R,$$

$$U = \frac{2\pi}{\left(1+\frac{1}{q}\right)[k(v_{\text{цх1}}-v_{x_1})\sin\gamma]},$$

v_R и a_R – радиальная скорость и ускорение ФЦА относительно опорной точки Ц₀ [3];

$$q = E_{SH}/E_{nH},$$

$$q_S = E_{SH}/[A^2(\beta_i)T_c];$$

$$q_{A_n} = \frac{A^2(\beta_i)T_c}{D_n T_c} = \frac{A^2(\beta_i)T_c}{N_n},$$

$E_{SH} = \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} A^2(\beta_i, \tau) H^2(\tau) d\tau \approx A^2(\beta_i) \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} H^2(\tau) d\tau$ – энергия «взвешенного» сигнала;

$E_{nH} = \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} D_n H^2(\tau) d\tau = D_n \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} H^2(\tau) d\tau$ – энергия «взвешенной» помехи (шума) $n^*(\tau)$;

Если $n^*(\tau)$ – эргодический процесс с временем корреляции, значительно меньше T_c , а $H(\tau)$ при $|\tau| = \frac{T_c}{2}$ равна или близка к нулю, то

$$\int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} n^2(\tau) H^2(\tau) d\tau \approx T_c \lim_{T_c \rightarrow \infty} \frac{1}{T_c} \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} n^2(\tau) H^2(\tau) d\tau = E_{nH}.$$

В случае стационарности процесса $\beta_c(\tau)$

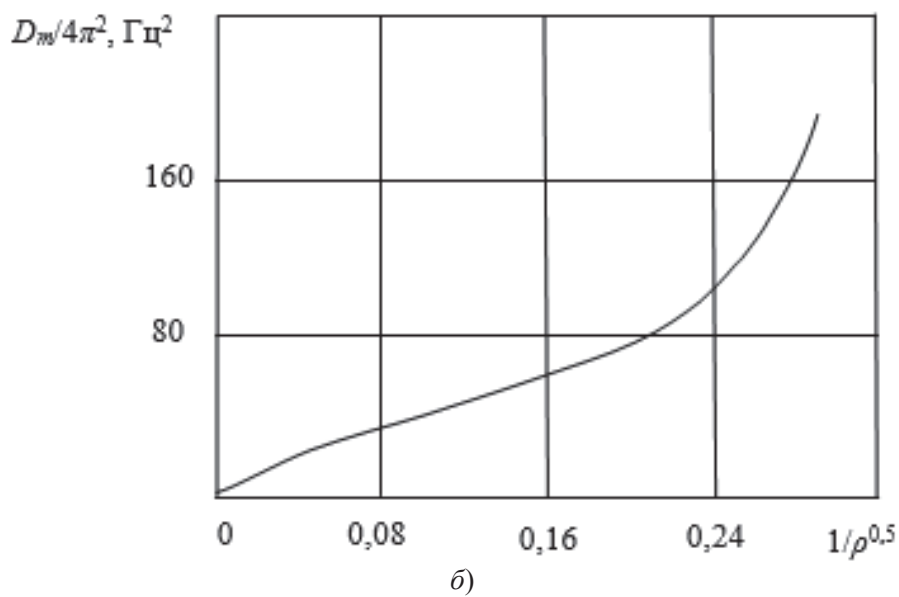
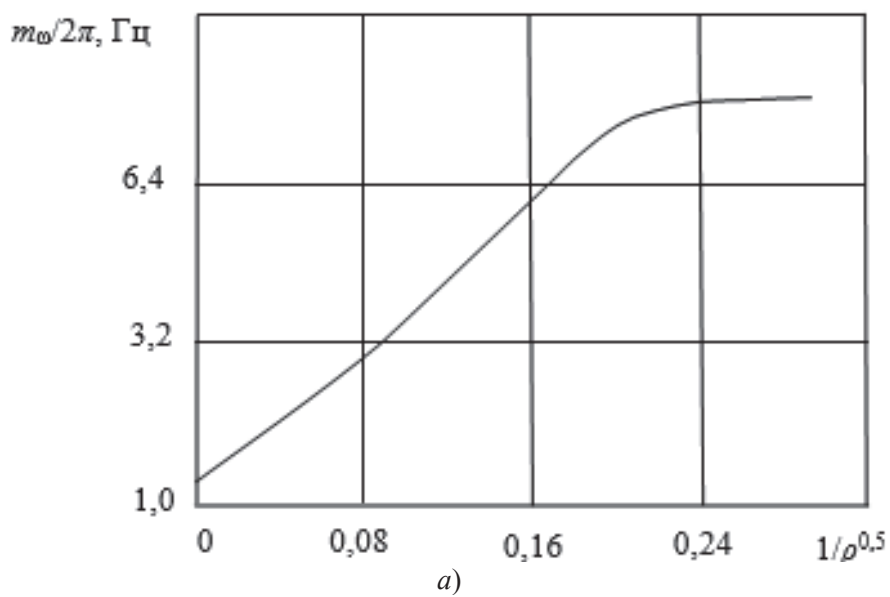
$$M\{\beta'_c(\tau)\} = 0, M\{[\beta'_c(\tau)]^2\} = D_{\beta'_c}, K_{\beta'_c}(\tau_1, \tau_2) = R_{\beta'_c}(\tau_2 - \tau_1),$$

($D_{\beta'_c}$ – дисперсия производной стационарного фазового шума; $R_{\beta'_c}(\tau_2 - \tau_1$ – его корреляционная функция) и (9)-(11) значительно упрощаются.

С помощью (9)-(11) можно оценивать раздельное и одновременное влияние ФФ и аддитивной помехи (шума) на основные характеристики РСА при обработке сигналов как способом гармонического анализа, так и способом «прямой» свертки, если в них $\beta_i = 0$.

В [8-11] проведен качественный анализ влияния нестационарного и стационарного фазового шума на разрешающую способность РСА и точность определения азимута наземных объектов, характеризуемую значениями m_β и D_{m_β} при различных способах обработки сигналов.

На рисунке 1 представлены графики зависимости $\frac{m_\omega}{2\pi} = f\left(\frac{1}{\sqrt{q}}\right)$, $\frac{D_m}{4\pi^2} = f\left(\frac{1}{\sqrt{q}}\right)$ и $R_\omega = f\left(\frac{1}{\sqrt{q}}\right)$, рассчитанные при фазовых флуктуациях, которые связаны с m_β , D_{m_β} и $\delta\beta_A$ линейными соотношениями (6).



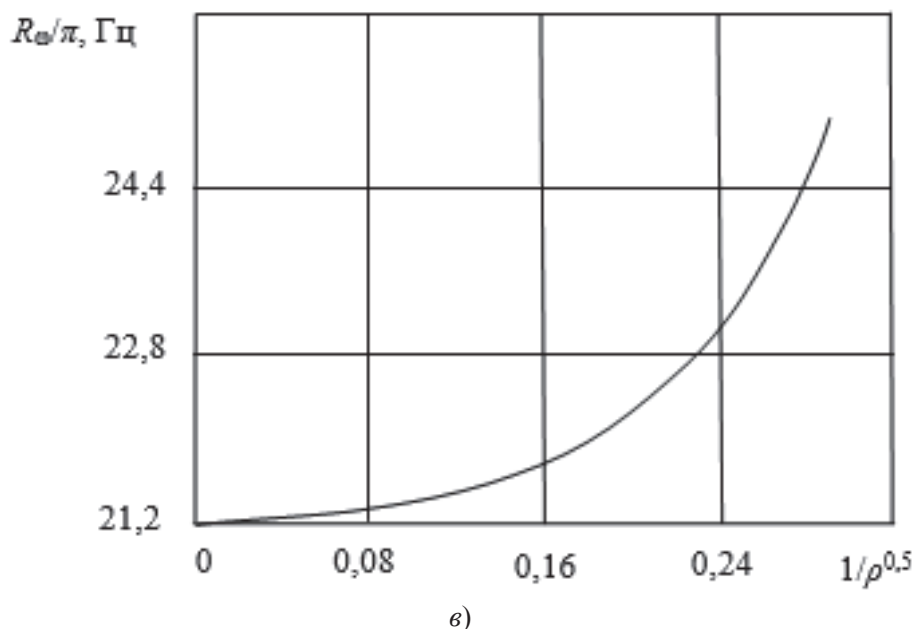


Рисунок 1 – Зависимости: $a - \frac{m_\omega}{2\pi}$; $b - \frac{D_m}{4\pi^2}$; $\epsilon - R_\omega$ от величины $f\left(\frac{1}{\sqrt{q}}\right)$

Некоторый сдвиг значений $\frac{m_\omega}{2\pi}$ вверх при $\frac{1}{\sqrt{q}} = 0$ обусловлен смещением цели ζ_i относительно центра кадра РЛИ.

Выводы

Таким образом, рассмотрено и проанализировано влияние фазовых флуктуаций и аддитивной помехи (шума) на характеристики синтезированной апертурной антенны. Получены соотношения для оценки разрешающей способности и точности определения азимута в радиолокационной станции с синтезированной апертурной антенны в условиях воздействия фазовых флуктуаций отраженного сигнала и аддитивных помех при произвольной траектории движения летательного аппарата и наземных объектов. Показано, что в условиях воздействия аддитивных помех (шума) математическое ожидание и дисперсия углового положения объекта, а также длительность выходного сигнала по угловому параметру зависят от соотношения энергетических характеристик этого шума и отраженного сигнала.

Литература

1. Богачев А.С., Толстов Е.Ф. Применение радиолокационных систем с синтезированной апертурой антенны. М.: ВИНТИ, 1986. 145 с.
2. Ванштейн Л.А., Вакман Д.Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 287 с.

3. Евсиков Ю.А., Чапурский В.В. Преобразование случайных процессов в радиотехнических устройствах. М.: Высш. шк., 1977. 264 с.
4. Крейн С.Г. Функциональный анализ. М.: Наука, 1972.
5. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием Р 15 апертуры антенны / В.Н. Антипов, В.Т. Горяинов, А.Н. Кулин и др.; под ред. В.Т. Горяинова. М.: Радио и связь, 1988. 304 с.
6. Сазонов Н.А., Очеповский А.В., Романенко Г.В., и др. Влияние фазовых флуктуаций и аддитивного шума на характеристики РСА // Радиотехника. 1988. № 10. С. 43-47. 287 с.
7. Artyushenko V.M., Volovach V.I. Comparative analysis of discriminators efficiency of tracking meters under influence of non-Gaussian broadband and band-limited noise. В сборнике: 11th International IEEE Scientific and Technical Conference «Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines», Dynamics 2017. Proceedings. 2017. С. 1-4.
8. Artyushenko V.M., Volovach V.I. Synthesis and analysis of discriminators under influence of non-Gaussian noise. В сборнике: Journal of Physics: Conference Series. 2018. С. 012004.
9. Artyushenko V.M., Volovach V.I., Shakursky M.V. The demodulation signal under the influence of additive and multiplicative non-Gaussian noise. В сборнике: Proceedings of 2016 IEEE East-West Design and Test Symposium, EWDTS 2016. Yerevan. 2017. С. 7807704.
10. Blacknell D., Freeman A., Quegan S., Ward I.A., Finley I.P., Olive C.J., White R.G., J. Wood W., Geometric accuracy in airborne SAR images // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1989. V. 25. № 2. P. 241-258.
11. Buckreuss S., Motion errors in an airborne synthetic aperture radar system // European Trans. on Telecommunications. 1991. V. 2. № 6. P. 655-664.

УДК 004.021

**Создание моделирующей программы для расчёта
сложных химико-технологических схем**

Андрей Владимирович Силин, кандидат технических наук, доцент,
заведующий кафедрой «Вычислительная техника
и информационные технологии»,
Новомосковский институт Российского химико-технологического университета
им. Д.И. Менделеева, г. Новомосковск, Тульская область,
Антон Дмитриевич Михед, кандидат технических наук,
доцент кафедры «Приборы управления»,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Тульский государственный университет», г. Тула,
Сергей Николаевич Шульженко, доктор технических наук,
профессор кафедры «Информационных технологий и управляющих систем»,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Технологический университет имени дважды Героя Советского Союза,
летчика-космонавта А.А. Леонова», г. Королев, Московская область

Рассматриваются теоретические вопросы создания комплекса программ по реализации некоторых методов анализа и расчета сложных химико-технологических схем (с. х.-т. с.). Приведены типовые задачи оптимизации схем, ряд подходов к анализу и расчету с. х.-т. с. с целью их дальнейшей оптимизации. Приведены расчёт и алгоритмы программирования схем, и их программная реализация. Комплекс программ написан в среде VS на языке C++.

Теория расчета, сложные химико-технологических схемы (с. х.-т. с.), большие производственные комплексы, расчет и оптимизация с. х.-т. с., обратная связь, критерий оптимизации, оптимальное управление, экстремум функции нескольких переменных, топология блочной схемы, блоки распределения и объединения, байпасирование, рецикл, итерационная процедура, алгоритм, VS, язык C++, итерация, теория графов, задача оптимального управления процессом, расчёт схемы.

**Creation of a modeling program for calculating complex
chemical-technological schemes**

Andrey Vladimirovich Silin, PhD in Technical Sciences, Associate Professor,
Head of the Department of Computer Science and Information Technology,
Novomoskovsk Institute of D. Mendeleev University of Chemical Technology
of Russia, Novomoskovsk, Tula region,
Anton Dmitrievich Mikhed, candidate of technical Science,
Associate Professor of the Department «Control Devices»,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education

«Tula State University», Tula,
Sergey Nikolaevich Shulzhenko, doctor of technical sciences,
professor of the department of information technologies and control systems,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
«Technological University named after twice Hero of the Soviet Union,
pilot-cosmonaut A.A. Leonov», Korolev, Moscow region

Theoretical issues of creating a program complex for implementing some methods of analysis and calculation of complex chemical-technological schemes (c. h.-t. s) are considered. Typical problems of scheme optimization, a number of approaches to the analysis and calculation of c. h.-t. s. for the purpose of their further optimization are given. Calculation and algorithms of programming schemes, and their software implementation are given. The program complex is written in the VS environment in the C++ language.

Theory of calculation, complex chemical-technological schemes (agricultural-technological systems), large production complexes, calculation and optimization of agriculture. x.-t. p., feedback, optimization criterion, optimal control, extremum functions of several variables, block diagram topology, distribution and union blocks, bypass, recycle, iterative procedure, algorithm, VS, C++ language, iteration, graph theory, problem optimal process control, circuit calculation.

Введение

Еще в начале шестидесятых годов прошлого века были предприняты попытки создания эффективных много аппаратных промышленных комплексов, обеспечивающих оптимальное проведение химико-технологических процессов. С этого момента начали формироваться основы теории оптимизации построения сложных химико-технологических схем (с. х.-т. с.).

Последние годы характеризуются быстрым развитием теоретических и практических работ по оптимизации с. х.-т. С., состоящих из взаимосвязанных аппаратов. Необходимым элементом большинства методов оптимизации с. х.-т. с. является их расчет, который для схемы с обратными связями, материальными или тепловыми, является не простой задачей и требует трудоемкой итерационной процедуры. Поэтому данной проблеме уделялось большое внимание [2, 6]. Следует отметить также практические исследования по оптимизации важных промышленных производств [3], содержащие некоторые важнейшие исследования, характеризующие те или иные направления теории оптимизации с. х.-т. с.

Программы для расчета сложных технологических схем обычно состояются двух видов: это или программы, предназначенные для решения совокупности уравнений математического описания напрямую [4], в которых не отражена аппаратная структура технологического процесса, и программы, состоящие из части, организующей расчеты, и набора программных модулей, которые соответствуют процессам, протекающим в отдельных аппаратах сложной схемы [5].

Недостатком первого вида программ является необходимость их значи-

тельных переделок при изменении структуры технологической схемы. Этого недостатка лишены программы второго вида. Они называются моделирующими. В них заложены алгоритмические средства оптимальной организации расчета технологической схемы любой сложности. Для пользования моделирующей программой достаточно подготовить программные модули, правильно закодировать технологическую схему, задать параметры схемы [2].

Постановка задачи

В работе объектом оптимизации является химико-технологический процесс, входными переменными которого служат параметры, определяющие материальные и энергетические потоки, подводимые к системе, а выходными – те же параметры, но отнесенные к потокам на выходе системы. Входные переменные процесса могут быть управляемыми и неуправляемыми. Кроме описания входных и выходных переменных для каждого технологического процесса существует соответствующая схема, на которой представлены конкретные производственные аппараты с указанием метода их объединения в единую систему. На рисунке 1 показан пример системной нумерации потоков схемы.

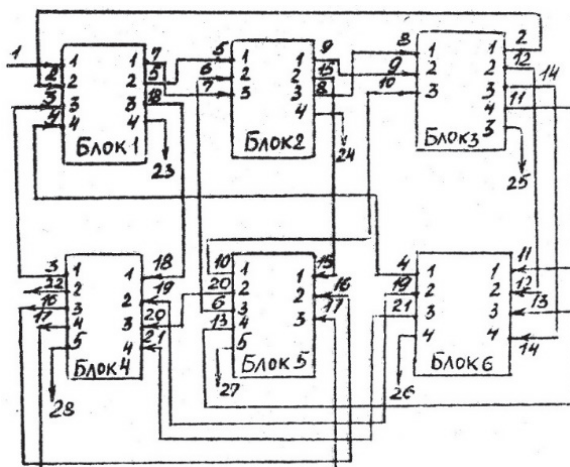


Рисунок 1 – Системная нумерация потоков схемы

С целью обеспечения определенного единообразия в кодировке потоков схем и нумерации параметров потоков, которое способствует облегчению работы с программой и стандартными модулями, предлагается выполнять ряд правил.

Для каждого из потоков определяется приоритет, обозначаемый целым числом. Чем выше приоритет, тем меньше число. Потoku с высшим приоритетом ставится в соответствие число 1. Приоритеты потоков определяется отдельно для входов и выходов аппарата на основе парных сравнений их суммарных характеристик.

Значения характеристик двух сравниваемых потоков выбираются из таблицы 1.

Таблица 1 – Характеристики сравниваемых потоков

Фазовое состояние	газ	7	жидкость	11	зерно	19
Средний молекулярный вес	низкий	3	высокий	5		
Температура	высокая	1	низкая	2		

Сравнительная суммарная характеристика каждого из двух потоков вычисляется как сумма сравнительных характеристик потока. Пусть, например, поток 1 является жидкостью, а поток 2 – газом. Температура потока 1 ниже температуры потока 2. Средний молекулярный вес жидкости выше молекулярного веса газа. Суммарная сравнительная характеристика потока 1 подучит значение $11 + 5 + 2 = 18$, а суммарная сравнительная характеристика потока 2 – значение $7 + 3 + 1 = 11$. По значениям суммарных сравнительных характеристик присваиваем более высокий приоритет потоку 2.

Методы решения

Классическая постановка обобщённой задачи оптимизации в формализованном виде сводится к определению максимума функции Φ нескольких переменных.

$$Q = \Phi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m) \quad (1)$$

Здесь Q является критерием оптимизации и оказывает непосредственное влияние на итоговые результаты. В соотношении (1) переменные $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ относятся к управляемым и изменение значений которых может оказать положительное влияние на результат. Переменные $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)$ относятся к неуправляемыми, значения которых определяются некоторыми внешними факторами.

Объектом оптимизации, рассматриваемым в настоящей работе, является химико-технологический процесс, который кроме входных и выходных материальных и энергетических потоков, учитывает существует соответствующую схему, описывающую методы объединения конкретных производственных аппаратов в единую систему. При такой организации крайне сложно оценить степень влияния в отдельности и в совокупности конкретных производственных установок на единый критерий оптимизации. Основные подходы к решению оптимизационных задач указанного типа для с. х.-т. с. хорошо описаны в [1]. В литературе наглядно представлены этапы решения проблемы оптимизации сложных химико-технологических процессов. Среди этих этапов для достижения целей, озвученных в рамках представленной статьи наиболее интересным, является анализ возможных технологических схем ведения производственного процесса с целью оптимального выбора технологической схемы.

В работе предлагается применять следующие правила кодирования потоков схемы. Номера входных потоков аппарата предлагается принимать в соот-

ветствии с порядком возрастания их приоритетов. Номера выходных потоков аппаратов будут определяться однозначно, не в соответствии с их приоритетами, после нумерации входных потоков всех аппаратов схемы.

При анализе схемы перебор выходных потоков проводится в соответствии с их приоритетами.

Кроме того, предлагается следующая последовательность перечисления параметров потоков в массиве программы:

1. Расход, кмоль/час.
2. Температура, °K.
3. Давление, МПа.
4. Концентрация 1-го компонента.
5. Концентрация 2-го компонента.
- ...
- n . Концентрация n -го компонента.
- $n+1$. Содержание жидкости в газожидкостной смеси, мол %.

Предлагается также концентрации компонентов перечислять в порядке возрастания их молекулярного веса.

Описание результатов

Задача оптимизации сложной технологической схемы отнюдь не является тривиальным ввиду наличия в схеме обратных связей по потокам вещества и тепла. Расчет процесса при этом требует разрыва обратных связей с итеративным подбором переменных, отвечающих разорванным связям. Поскольку при оптимизации расчет процесса приходится производить многократно, то отсюда становится ясно, какое значение приобретают вопросы, связанные с получением экономических процедур расчета с. х.-т. с.

Традиционно производственная схема сложного химического производства представляется в виде взаимосвязанных промышленных объектов. Для их описания применяются дифференциальные или конечно-разностные уравнения, с учётом взаимосвязи производственных аппаратов. Представление процесса в виде сложной схемы не однозначно и определяется исключительно соображениями удобства постановки и последующего решения задачи оптимизации. Блок сложной схемы может соответствовать как отдельному аппарату процесса, так и являться частью аппарата или, наоборот, состоять из нескольких аппаратов. Входные переменные блоков, не являющиеся выходными переменными других блоков, являются входными переменными схемы, а выходные переменные блоков, не являющиеся входными переменными других блоков, – выходными переменными схемы, а остальные фазовые переменные промежуточными.

Для каждого блока имеются математические модели и определены краевые условия. Совокупность таких моделей и уравнения, описывающие связи блоков образует математическое описание с. х.-т. с. Уравнения связи блоков являются основой для описания принципов и способов взаимодействия аппаратов производственной схемы и формируют топологическую структуру. Данная структура фактически служит своего рода технологической схемой производственного процесса. Графически такая схема обычно представлена в виде блок-схемы, состоящей из связанных нумерованных блоков со вхо-

дами и выходами, а также управляющим воздействием, соответствующим аппаратам технологической схемы.

В с. х.-т. с. по функциональной и геометрической характеристике можно выделить следующие основные блоки: объединительный, распределительный, соединительный, разделительный, блок межфазного обмена. Каждый поток характеризуется не скалярной, а векторной величиной: для его характеристики должны быть указаны расход, состав, температура, давление и другие физические характеристики. Количество скалярных величин, необходимых для характеристики потока, является его размерностью.

Очень часть химико-технологическим схемам свойственна сложная, разветвлённая, отличающаяся наличием обратных связей топологическая структура. Для обобщения всего многообразия топологических структур реальных производств необходимо свести их к наиболее часто встречающимся типовым структурам. Рассмотрим основные, наиболее популярные сложные схемы.

Одной из самых распространённых на производстве схем является ординарная последовательность блоков. В качестве типовых примеров могут выступать:

- многоступенчатый химический реактор со ступенями идеального смешения, где основной проблемой является необходимость для любой ступени подобрать и поддерживать оптимальное значение температуры;
- многоступенчатый реактор, включающий каскад промежуточных теплообменников с адиабатическими ступенями, в котором необходимо оптимальным образом выбрать начальные температуры газовой смеси в каждой ступени;
- последовательность блоков разделения, в которой требуется оптимальным образом выбрать степень разделения для каждого аппарата; многоступенчатый компрессор, где нужно оптимальным образом выбрать перепад давлений и каждой ступени;
- байпасированная последовательность блоков разделения, как более сложная разновидность предыдущего типа с питающими потоками с байпасом;
- распараллеливание производственных блоков, которое позволяет эффективно распределять технологические потоки даже по однотипным блокам, но имеющим по определённым причинам различную выходную мощность;
- блоки с рециклом, крайне популярная организация в химических производствах, использующих процесс абсорбции для получения в финале технологического цикла готового продукта; необходимость рецикла возникает в тех случаях, когда в реакторе или последовательности реакторов не удается осуществить достаточно полное превращение исходного вещества.

Иногда анализируемая с. х.-т. с. представляет собой комбинацию схем указанных выше типов, например, последовательно-параллельная схема или схема с двумя рециклами. Однако, во многих случаях химико-технологическая схема может обладать весьма сложной топологической структурой и не сводиться к простой комбинации рассмотренных выше типовых схем.

Наличие между различными технологическими блоками сложных производственных связей не позволяет создать оптимальную схему сложного произ-

водственного цикла. Так как если рассматривать процесс эффективности работы каждой отдельно взятого блока в отрыве от остальных блоков, то в большинстве случаев не получится добиться их согласованной работы по входным и выходным параметрам. Иными словами, эта задача имеет как бы две стороны: первая – это определение оптимальных режимов отдельных аппаратов схемы, вторая – согласование их входных и выходных переменных.

В результате проектировщик вынужден рассматривать весь технологический процесс, реализуемый на нескольких аппаратах как один производственный блок с определёнными управляющими, входными и выходными параметрами, а также заданным критерием оптимальной работы. В результате путём последовательных итераций изменения основных параметров можно достичь заданной эффективности технологического процесса. Хотя принципиально данный путь возможен практически, он мало пригоден по следующим причинам:

1. Сложная схема обычно состоит из большого числа аппаратов, описываемых дифференциальными и конечными уравнениями, так что уже простой расчет всех аппаратов схемы занимает много времени даже на современных вычислительных машинах.

2. Наличие рециклов приводит к необходимости проведения итерационной процедуры для вычисления одного значения критерия при заданных значениях варьируемых параметров m .

3. Число m варьируемых параметров, как правило, велико. Между тем, известно, что для подсчета всех частных производных критерия по этим параметрам с помощью соответствующих разностей необходимо $m+1$ раз рассчитать схему.

4. Большое число ограничений на переменные в различных аппаратах также усложняет задачу поиска оптимального режима.

По указанным причинам требуется разработка более эффективных методов определения оптимальных режимов схем, учитывающих специфику данной задачи. При применении методов спуска первого порядка, в частности важной задачей является создание более экономных способов определения частных производных критерия по варьируемым параметрам, чем метод соответствующих разностей. Аналогично для использования методов второго порядка надо иметь эффективные способы расчета вторых производных от критерия по всем варьируемым параметрам. Помимо прямых методов определения оптимальных режимов, используются также не прямые методы. Нельзя, по-видимому, указать единый критерий, который позволял бы оценивать в каждом случае, какой метод хуже, а какой лучше. Однако можно указать на ряд характеристик, которые дают возможность с разных позиций оценивать описываемые методы оптимизации. Среди них быстродействие, требуемая память, алгоритмичность, трудоемкость программирования.

Рассмотрим процесс расчёта сложной схемы. Будем предполагать, что все выходные переменные схемы свободны, а все входные переменные схемы и управления в каждом блоке заданы. Ясно, что для того, чтобы подсчитать величину критерия при каких-то значениях варьируемых параметров, нужно произвести расчет схемы, который должен быть необходимым элементом любого метода

оптимизации. Поскольку такой расчет осуществляется неоднократно, очевидно, что для этого должны применяться экономные и эффективные методы.

Известно, что сложной схеме можно поставить в соответствие некоторый граф. Действительно, если каждому блоку поставить в соответствие вершину графа, а каждому потоку дугу графа, то мы получим граф, соответствующий данной схеме.

Ясно, что контур в схеме возникает, если в ней имеются обратные связи - материальные («рециклы») либо тепловые. Далее будем сложную схему называть замкнутой, если в ней имеется хотя бы один контур, в противном случае будем называть её разомкнутой. Под расчетом комплекса будем понимать расчет соответствующей части схемы, образующей данный комплекс, в предположении, что все параметры потоков, являющихся входными по отношению к указанному комплексу, известны.

Из построения комплекса следует правило: ни один из контуров или совокупность контуров, входящих в этот комплекс, не может рассчитываться независимо. Это вытекает из того, что, какой-бы контур внутри комплекса мы не взяли, всегда внутри него найдется другой контур, с которым первый контур имеет общую дугу или вершину. Таким образом, комплекс обладает таким свойством, согласно которому все блоки, входящие в него, должны рассчитываться совместно. Совокупности блоков, входящих в абсолютно независимые комплексы, могут рассчитываться независимо. Действительно, с одной стороны, если комплекс не рассчитан, то мы не знаем выходных переменных, а следовательно, не будем знать входных переменных и не сможем рассчитать второй комплекс.

Рассмотрим особенности расчёта разомкнутых и замкнутых схем. Назовем линейным участком такую не содержащую разветвлений последовательность блоков разомкнутой схемы, в которой ни один из блоков не встречается дважды. Линейный участок по существу является путем в графе, не содержащим ни одной вершины, проходимой дважды. Расчет линейного участка не представляет труда. Зная значения входных переменных блока, можно последовательно рассчитать выходные переменные следующего блока и так далее. Это относится как к схемам с объединительным звеном, так и к схемам с разъединительным звеном и схемам с байпасом. Таким образом, алгоритмы расчета рассмотренных разомкнутых схем чрезвычайно просты и состоят из конечного числа операций. Ясно, что в каждом случае конкретной разомкнутой схемы не представит труда построить алгоритм расчета аналогично описанным выше схемам. Это означает, что любую разомкнутую схему можно рассчитать.

В литературе [4] рассмотрен алгоритм, который активно применяется для обчёта структуры сложных технологических процессов. Он хорошо подходит для систем с «рециклом» и базируется на подходе выполнения блокировки обратной связи. Последовательная блокировка определённых потоков технологической схемы позволяет постепенной избавиться от контуров и получить простую разомкнутую систему. Такая схема поддаётся достаточно простому обчёту методом итераций.

Особые потоки схемы – это совокупность потоков, обладающих следующим свойством: если одновременно разорвать все особые потоки, то система из

замкнутой становится разомкнутой без обратных связей. Схему, которая получена из замкнутой разрывом ее обратных связей, будем называть разомкнутой схемой, соответствующей данной замкнутой. Для разомкнутой схемы всегда можно построить алгоритм, состоящий из конечного числа операций, который позволит по для любых входных параметров получить выходные параметры. В результате можно прийти к заключению, что для каждой из полученных разомкнутых схем справедливо наличие соответствия между входными параметрами и функциями входных переменных схемы. Отметим, что фактического вида функций мы не знаем. Однако для разомкнутой схемы по известным значениям входных переменных мы можем подсчитать значения выходных переменных. Для того, чтобы режим разомкнутой схемы был таким же, как и в замкнутой схеме, необходимо, чтобы между переменными выполнялись соотношения равенства.

Порядок нелинейных уравнений системы для определения переменных равен числу неизвестных. Для решения полученной системы можно воспользоваться обычной итерационной процедурой, аналогичной той, которая использовалась при рассмотрении системы с «рециклом». Необходимо отметить, что итерационный процесс может не сходиться. Тогда необходимо применять более эффективные методы, такие, как метод Ньютона или метод Вольфа.

Во-первых, прежде всего остался открытым вопрос о выборе особых блоков, что очень важно, поскольку от того, какие потоки разрываются, будет зависеть порядок системы нелинейных уравнений, которую приходится решать. Ясно, что чем меньше n , тем проще решать систему уравнений. Задача состоит в выборе для разрыва таких потоков, чтобы величина n была минимальна, а замкнутая система при их разрыве превратилась бы в разомкнутую. В случае, если размерности потоков одинаковы, эту задачу можно сформулировать так: требуется найти такое минимальное число потоков, чтобы их разрыв превращал схему из замкнутой в разомкнутую.

Во-вторых, одновременно рассматривается вся схема, поскольку разрываются все обратные связи. Однако, если в схеме имеется много обратных связей, размерность n системы уравнений может оказаться очень большой. Это может сильно затруднить решение указанной системы. Однако совсем не обязательно одновременно разрывать все связи и сразу рассчитывать всю схему, а сначала можно рассчитать совокупность блоков одних блоков, а потом других блоков.

Поскольку блоки этой подгруппы образуют разомкнутую подсхему, расчет ее не составляет труда. Как мы указывали, комплекс должен рассчитываться целиком. Ясно, что для данного комплекса желательно найти такое минимальное число критических потоков, разрыв которых превращал бы комплекс в разомкнутую подсхему. Итерационные процедуры проводятся для отдельных комплексов, что позволяет вместо одной системы нелинейных уравнений большого порядка, решать несколько систем меньших порядков.

Для того, чтобы выполнить анализ и полноценный обшчёт схемы сложного технологического процесса по приведённой выше методики следует использовать алгоритм, позволяющий определить и отсортировать комплексы с использованием как можно меньшего числа разрывов контуров. Для выделения комплек-

сов здесь будет развит подход, основанный на матричной формализации [1] и отличающийся большим удобством для программирования. Строится граф, отвечающий данной сложной схеме, и по нему составляется матрица связи. Матрица связи показывает, имеется или отсутствует непосредственная связь между блоками.

Рассмотрим алгоритм определения минимального количества разрывов. Этот алгоритм состоит из двух частей. Первая часть выделяет все элементарные контуры сложной схемы, вторая – множество потоков (дуг, графа), минимальное по сравнению со всеми возможными, разрыв которых позволяет разорвать все выделенные элементарные контуры. Последнее и является решением поставленной задачи, так как разрыв всех элементарных контуров равносильен разрыву всех обратных связей в сложной схеме. В результате замкнутая сложная схема превращается в разомкнутую. Работа первой части алгоритма состоит в последовательном построении цепей до «зацикливания». Каждое зацикливание позволяет выделить новый элементарный контур. После прохождения всех возможных путей все элементарные контуры окажутся найденными. Разрыв обратных связей проводится для каждого комплекса отдельно. Если потоки описываются не одинаковым числом параметров, то они не равноправны с точки зрения их выбора для разрыва обратных связей. Выбираются потоки, имеющие наименьшую суммарную размерность.

Для расчета с. х.-т. с. в работе разработан комплекс программ, структура и состав которого представлены на рисунке 2.



Рисунок 2 – Структура комплекса программ

В качестве тестового примера для расчета использована схема, приведенная на рисунке 3.

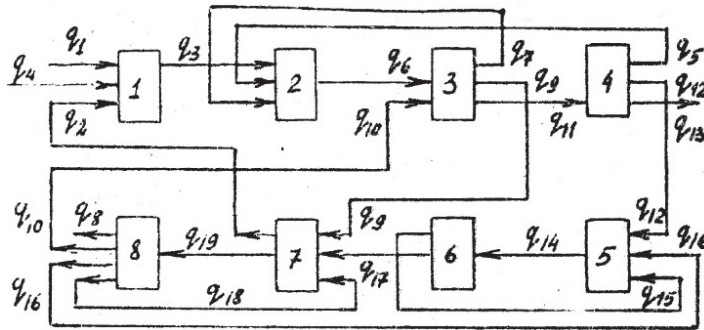


Рисунок 3 – Структурная технологической схемы для тестового примера

Нумерация потоков схемы проведена произвольным образом. Блоки схемы соответствуют некоторым процессам, описываемым простейшими моделями. Входные и выходные потоки блоков имеют по три параметра – расходную характеристику и две концентрации. Например, для блока 3 потоки можно описать следующим образом.

Входные потоки: $q_6=(x_6(1), x_6(2), x_6(3))$ и $q_{10}=(x_{10}(1), x_{10}(2), x_{10}(3))$. Выходные потоки: $q_7=(x_7(1), x_7(2), x_7(3))$, $q_9=(x_9(1), x_9(2), x_9(3))$ и $q_{11}=(x_{11}(1), x_{11}(2), x_{11}(3))$.

Каждый из блоков схемы получает параметры a_i , число которых равно числу m выходных потоков блока, причем значения $m-1$ параметра задаются как исходные данные, а последний параметр рассчитывается из соотношения:

$$\sum_{i=1}^m a_i = 1, \text{ то есть } a_m = 1 - \sum_{i=1}^{m-1} a_i$$

Параметры a_i интерпретируются как положительные расходные коэффициенты для соответствующих потоков. Математические модели блоков строятся по одинаковому принципу. Например, для блока 3 параметры выходных потоков определяются по формулам:

$$\begin{aligned} y_7(1) &= a_7(x_6(1) + x_{10}(1)), y_7(2) = a_7(x_6(2) + x_{10}(2)), y_7(3) = a_7(x_6(3) + x_{10}(3)), \\ y_9(1) &= a_9(x_6(1) + x_{10}(1)), y_9(2) = a_9(x_6(2) + x_{10}(2)), y_9(3) = a_9(x_6(3) + x_{10}(3)), \\ y_{11}(1) &= a_{11}(x_6(1) + x_{10}(1)), y_{11}(2) = a_{11}(x_6(2) + x_{10}(2)), y_{11}(3) = a_{11}(x_6(3) + x_{10}(3)). \end{aligned}$$

Однообразие в построении математических моделей блоков позволяет использовать для расчета блоков один программный модуль. Настройка программы на расчет модельной технологической схемы производится с вычисления параметров.

Данная схема имеет: входных потоков 2; число блоков схемы 8; число потоков схемы 19; максимальное число потоков, связанных с блоками схемы, равно 5; максимальное число задаваемых параметров аппаратов схемы равно 3; макси-

мальное число параметров потоков схемы равно 3.

Задаются начальные значения потоков, исходя из физических соображений, например, такие: $q_1=(7, 0.6, 0.4)$, $q_2=(3, 0.1, 0.9)$, $q_3=(14, 0.3, 0.7)$, $q_4=(4, 0.2, 0.8)$, $q_5=(2, 0.1, 0.9)$, $q_6=(17, 0.5, 0.5)$, $q_7=(1, 0.6, 0.4)$, $q_8=(1.1, 0.3, 0.7)$, $q_9=(8, 0.2, 0.8)$, $q_{10}=(3, 0.7, 0.3)$, $q_{11}=(12, 0.6, 0.4)$, $q_{12}=(6, 0.6, 0.4)$, $q_{13}=(4, 0.5, 0.5)$, $q_{14}=(16, 0.5, 0.5)$, $q_{15}=(2, 0.5, 0.5)$, $q_{16}=(7, 0.5, 0.5)$, $q_{17}=(14, 0.5, 0.5)$, $q_{18}=(1, 0.5, 0.5)$, $q_{19}=(19, 0.5, 0.5)$.

Задаются отличные от единицы расходные коэффициенты для потоков: $a_7=0.2$, $a_9=0.4$, $a_5=0.3$, $a_{12}=0.3$, $a_{15}=0.7$, $a_2=0.6$, $a_8=0.2$, $a_{10}=0.3$, $a_{16}=0.2$.

В программе вычисляются остальные расходные коэффициенты.

Задается точность расчета схемы как максимальная сумма модулей производных невязок по параметрам разрываемых потоков схемы $\delta=0.05$.

Записывается массив чисел потоков, связанных с каждым аппаратом схемы: (4, 4, 5, 4, 4, 3, 5, 5). Записывается массив чисел, задаваемых параметров аппаратов схемы: (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3).

Записывается массив чисел параметров потоков схемы: (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3).

Записываются поаппаратно положительные номера входных потоков и отрицательные номера выходных потоков процесса в массив:

1	2	4	-3	0	3	5	7	-6	0	6	10	-7	-9	-11	11	-5	-12	-13	0
2	15	16	-14	0	14	-15	-17	0	0	9	17	18	-2	-19	19	-8	-10	-16	-18

Формируется исходный массив параметров аппаратов на основе данных о расходных коэффициентах:

$A_1=(0, 0, 0)$, $A_2=(0, 0, 0)$, $A_3=(0.2, 0.4, 0)$, $A_4=(0.3, 0.3, 0)$,

$A_5=(0, 0, 0)$, $A_6=(0.9, 0, 0)$, $A_7=(0.6, 0, 0)$, $A_8=(0.2, 0.3, 0.2)$

Записывается одномерный массив как составной: ($A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8$). Записывается одномерный массив параметров потоков: ($q_1, q_2, q_3, \dots, q_{19}$).

Описанные исходные данные вводятся в виде файла. После выполнения указанных действий программа подготовлена к работе.

Программа заканчивает работу печатью номеров разрываемых потоков с их размерностями, номеров блоков последовательности расчета схемы, а также печатью параметров всех потоков технологической схемы. Расчет схемы проводится методом или простых итераций, или по одному из вариантов метода Ньютона. Программа позволяет распечатать исходные и промежуточные данные.

Комплекс программ предназначен для автоматизации расчета сложных технологических схем. Для расчета схемы необходимо иметь набор программных модулей, соответствующих аппаратам схемы, в которых упорядочены последовательности значений параметров процессов в этих аппаратах и параметры входных и выходных потоков, а также начальные значения параметров внутренних потоков. Программа проводит расчет внутренних и выходных параметров потоков схемы при известных параметрах аппаратов.

Программа проводит определение минимального числа контурных потоков, которые необходимо условно разорвать, для проведения итераций расчета схемы, определение последовательности расчета аппаратов технологической

схемы. Программа включает ряд подпрограмм.

Входные параметры основной программы:

- число входных потоков схемы;
- число аппаратов (блоков) в схеме;
- число потоков схемы;
- максимальное число связанных с аппаратами потоков;
- максимальное число параметров аппаратов;
- максимальное число параметров потоков;
- максимальное суммарное число параметров потоков схемы;
- максимальное суммарное число параметров аппаратов схемы; макси-

мальная предельная погрешность технологической схемы.

Входные массивы программы:

- массив чисел потоков, связанных с аппаратами схемы;
- массив чисел параметров аппаратов схемы;
- массив чисел параметров потоков схемы;
- двумерный массив номеров положительных входных и отрицательных выходных потоков аппаратов (матрица процесса);
- массив состоит из записей, соответствующих аппаратам схемы, упорядоченных по возрастанию номеров аппаратов.

Массив параметров аппаратов состоит из записей, представляющих собой параметры отдельных аппаратов; массив параметров технологических потоков, состоит из значений параметров отдельных потоков, упорядоченных по возрастанию номеров потоков схемы.

Внутренние массивы программы:

- массив контурных потоков состоит из потоков, относящихся к отдельным контурам, записанных в порядке выявления контуров без деления массивов;
- массив номеров потоков, связанных с аппаратами, в котором исключены нулевые элементы исходного массива;
- массив чисел обнаруженных выходных потоков аппаратов;
- массив чисел контурных потоков, входящих в обнаруженные контуры;
- массив потоков, входящих во все контуры;
- массив номеров просмотренных потоков при поиске очередного контура;
- массив номеров пройденных аппаратов по цепочке потоков из массива;
- массив номеров потоков, связанных с анализируемым аппаратом;
- массив обнаруженных выходных потоков i -го аппарата;
- массив частот вхождения потоков во все контуры из массива mkr ;
- массив номеров элементов массива $mshema$, определяющих начала подмассивов потоков, связанных с отдельными аппаратами;
- массив номеров элементов массива $puti$, определяющих начала подмассивов параметров отдельных потоков, расположенных в порядке возрастания номеров потоков; массив, используемый для хранения номеров разрываемых по-

токов схемы;

- массив номеров аппаратов, расположенных в последовательности их расчета;

- вспомогательный массив характеристик потоков, указывающих, рассчитан ли поток;

- массив параметров очередного рассчитываемого аппарата;

- массив параметров входных потоков аппарата;

- массив параметров выходных потоков рассчитываемого аппарата;

- матрица производных невязок расчета схемы по параметрам потоков;

- вспомогательный массив, используемый для хранения значений размерностей входных потоков рассчитываемого аппарата;

- вспомогательный массив, используемый для хранения значений размерностей выходных потоков рассчитываемого аппарата.

Комплекс программ включает в себя следующие программы:

- программа используется для выявления представительного множества контуров схемы и помещает номера контурных потоков последовательно в массив. Ведет счетчик числа просмотренных выходных потоков аппаратов схемы; число найденных контуров схемы; индикаторы правильности расчета схемы.

- программа используется для выявления k -го по порядку выходного потока i -го аппарата.

- подпрограмма используется для поиска строки с положительным элементом в матрице процесса.

- подпрограмма используется для обнаружения очередного контура в процессе обхода аппаратов схемы по потокам. размер найденного контура по числу потоков. индикатор ошибки программы.

- подпрограмма анализирует массивы, упорядочивает элементы массива по числу вхождений в контуры в порядке убывания этого числа, определяет из списка контурные потоки, начиная с начала списка, которые следует разорвать, чтобы разорвать все контуры схемы. число найденных контуров схемы. величина приоритета набора разрываемых потоков, суммарная величина размерности наборов разрываемых потоков.

- программа проводит определение последовательности расчетов схемы и организует расчет схемы в соответствии с этой последовательностью. Расчет схемы может проводиться либо методом простых итераций, либо упрощенным методом секущих. размер массива потоков (число контурных потоков), разрываемых для итерационного расчета схемы. матрица производственных невязок расчета схемы по параметрам потоков.

- программа используется для определения последовательности расчета аппаратов. индикатор правильной работы подпрограммы.

- подпрограмма используется для выбора типа аппарата в соответствии с определенным программой номером рассчитываемого в схеме аппарата. Каждому типу аппарата соответствует свой программный модуль.

Программные модули отличаются друг от друга лишь названиями и внутренними исполняемыми операторами подпрограммы. Для модулей может

быть принята единообразная форма записи структуры параметров подпрограммы и оператора описания массивов. Структура файла данных для контрольного примера показана на рисунке 4.

```

2 8 19 5 3 3 0
0.05
4 4 5 4 4 3 5 5
3 3 3 3 3 3 3 3
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3
1 2 4 -3 0 3 5 7 -6 0
6 10 -7 -9 -11 11 -5 -12 -13 0
12 15 16 -14 0 14 -15 -17 0 0
9 17 18 -2 -19 19 -8 -10 -16 -18
0 0 0 0 0 0 0.2 0.4 0 0.3 0.3 0
0 0 0 0.7 0 0 0.6 0 0 0.2 0.3 0.2
7 0.6 0.4 3 0.1 0.9 14 0.3 0.7 4 0.2 0.8 2 0.1 0.9
17 0.5 0.5 1 0.6 0.4 1.1 0.3 0.7 8 0.2 0.8 3 0.7 0.3
12 0.6 0.4 6 0.6 0.4 4 0.5 0.5 16 0.5 0.5 3 0.5 0.5
2 0.5 0.5 14 0.5 0.5 1 0.5 0.5 19 0.5 0.5
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

```

Рисунок 4 – Состав файла данных

На рисунке 5 показана последовательность расчётов технологической схемы для контрольного примера, а на рисунке 6 конечные результаты расчёта.

```

Контур n=1: 6 7
Контур n=2: 3 6 9 2
Контур n=3: 9 19 10
Контур n=4: 14 15
Контур n=5: 19 16 14 17
Контур n=6: 19 18
Контур n=7: 6 11 5
Всего контуров n=7
Массив контурных потоков nci1 размерностью n=20
6 7 3 6 9 2 9 19 10 14 15 19 16 14 17 19 18 6 11 5
Число потоков в контурах
2 4 3 2 4 2 3
Массив потоков, входящих во все контуры
6 7 3 9 2 19 10 14 15 16 17 18 11 5
Номера разрываемых потоков
19 6 14
Размерности
3 3 3
Приоритеты
nshem
1 2 4 -3 3 5 7 -6 6 10 -7 -9 -11 11 -5 -12 -13 12 15 16 -14 14 -15 -17 9 17 18 -2 -19 19 -8 -10 -16 -18
ishodm
1 5 9 14 18 22 25 30
ishodp
1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 31 34 37 40 43 46 49 52 55
ls ns праг 34 24 57
Матрица потоков
0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 0
Последовательность расчёта аппаратов
6 8 3 4 5 7 1 2

```

Рисунок 5 – Последовательность расчётов технологической схемы

```

Матрица производных
0 0 0 0 0 0 0 -0 0
Число итераций=79 точность=4.17451e-317

Результаты расчёта схемы

Параметры пртоков:
Поток(1) 7 0.6 0.4
Поток(2) 0.0569161 0.00413935 0.00620903
Поток(3) 3.68564 0.268046 0.40207
Поток(4) 4 0.2 0.8
Поток(5) 0.0785871 0.00571542 0.00857314
Поток(6) 1.2984 0.0944292 0.141644
Поток(7) 0.130978 0.00952571 0.0142886
Поток(8) 0.00758881 0.000551914 0.00082787
Поток(9) 0.261957 0.0190514 0.0285771
Поток(10) 0.0113832 0.00082787 0.00124181
Поток(11) 0.261957 0.0190514 0.0285771
Поток(12) 0.0785871 0.00571542 0.00857314
Поток(13) 0.104783 0.00762057 0.0114308
Поток(14) 0.0374678 0.00272493 0.00408739
Поток(15) 0.0262274 0.00190745 0.00286118
Поток(16) 0.00758881 0.000551914 0.00082787
Поток(17) 0.0112403 0.000817479 0.00122622
Поток(18) 0.0113832 0.00082787 0.00124181
Поток(19) 0.0379441 0.00275957 0.00413935

```

Рисунок 6 – Конечные результаты расчёта

Выводы

Другие подходы к решению проблемы определения минимального количества разрывов обратных связей рассмотрены в литературе, но имеют ряд существенных недостатков, ограничивающих их успешное практическое применение.

При проектировании новых процессов, как правило, приходится рассчитывать и оптимизировать различные варианты схем их проведения и из них выбирать наилучшую. Переход от рассмотрения одной схемы к анализу другой ведет к необходимости каждый раз перепрограммировать схему, иногда довольно существенно. В связи с этим возникает задача создания такой программы, которая позволила бы рассчитывать любую произвольную схему, если заданы уравнения всех ее блоков и указаны их связи.

Достоверность полученных результатов расчёта для контрольного примера в определённой степени может являться свидетельством эффективности сделанных в работе предположений и методов обчёта с. х.-т. с. С использованием моделирующей программы с различными моделирующими программными модулями. Кроме того, разработанные программные модули будут являться достаточно универсальными и их можно будет применять для оптимизации различных схем, описывающих технологические процессы. Со временем могут быть составлены специальные библиотеки готовых программных модулей, которые смогут использоваться для расчёта практически любых технологических схем.

Литература

1. Александрова Л.Ю., Рубцова Л.Н., Мошинский А.И., Ганин П.Г., Маркова А.В., Сорокин В.В. Некоторые вопросы оптимизации каскада химических реакторов в стационарном режиме // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Химическая технология и

- биотехнология. 2021. С. 109-116.
2. Ахтямова В.А. Метод рециркуляции в химической технологии / В.А. Ахтямова, Э.А. Ефанова, А.М. Ахтямов / В.А. Ахтямова, Э.А. Ефанова, А.М. Ахтямов // Вестник Казанского технологического университета. Казань, Изд-во ФГБОУ ВПО «КНИТУ», 2022. Т. 15. № 7. С. 239-243.
 3. Батунер Л.М., Позин М.Е., Математические методы в химической технике, 8 изд. М.: «Химия», 2006. 345 с.
 4. Егупов Н.Д., Пупков К.А. Методы инженерного синтеза сложных систем управления: аналитический аппарат, алгоритмы приложения в технике. Часть 2. Вычислительно-аналитический эксперимент: аппарат матричных операторов и вычислительные технологии. МГТУ им. Баумана, 2012. 416 с.
 5. Нагиев М.Ф. Теория рециркуляции и повышение оптимальности химических процессов. М.: «Наука», 1970. 392 с.
 6. Зюбин В.Е. Создание управляющих алгоритмов сложных технологических процессов // Автоматизация и современные технологии. 2004. № 8. С. 23-31.
 7. Силин В.В., Емельянов В.И., Силин А.В. Пакет программ для расчёта сложных технологических схем // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-21: сб. трудов XXI Международ. науч. конф.: в 10 т. Т. 6. Секции 12, 13 / под общ. ред. В.С. Балакирева. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2008. 340 с. С. 141-142.

УДК 674.815

Частные аспекты применения вариационных методов при расчетах упругих структур

Борис Леонидович Спирин, старший преподаватель
кафедры механики и инженерной графики,
Сергей Владимирович Фролов, кандидат физико-математических наук,
заведующий кафедрой механики и инженерной графики,
Федеральное Государственное Бюджетное Образовательное Учреждение
Высшего образования «Академия ГПС МЧС России», г. Москва

В данной статье сделана попытка рассмотреть общий подход к вариационным методам решения задач упругости ортотропных объектов. Предпринята попытка прояснить различные аспекты, в частности, различия между бесконечно малой и конечной упругостью, а также неявные или явные параметры для выбора различных методов вычисления условий равновесия моментов.

Пластины. Ортотропные пластины. Вариационные методы.

Aspects of application of variational methods in calculations of elastic structures

Boris Leonidovich Spirin, Senior Lecturer of the Department
of Mechanics and Engineering Graphics,
Sergei Vladimirovich Frolov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Head of the Department of Mechanics and Engineering Graphics,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Academy of
State Fire Service EMERCOM of Russia», Moscow

This article makes an attempt to consider a general approach to variational methods for solving problems of elasticity of orthotropic objects. An attempt is made to clarify various aspects, in particular the differences between infinitesimal and finite elasticity, and the implicit or explicit parameters for choosing different methods for calculating moment equilibrium conditions.

Plates. Orthotropic plates. Variational methods.

Применение вариационных принципов в различных областях механики, включая расчеты на прочность упругих структур, имеет достаточно долгую историю. Для описания многих реальных процессов, происходящих в природе, применяются дифференциальные и интегральные уравнения, решения которых сопряжены со значительными проблемами. Возможным вариантом решения данных уравнений являются вариационные методы, которые, однако, дают приближенный результат, но это не является большой проблемой, поскольку большин-

ство данных уравнений решается приближенно и другими методами. При практическом решении дифференциальных уравнений, задача их интегрирования может быть достаточно часто сведена к отысканию функции, которая доставляет экстремум какому-нибудь функционалу. В качестве такого функционала часто выступает определенный интеграл. Однако основное развитие данные принципы получили вследствие широко распространения метода конечных элементов. Было многократно установлено, что вариационные принципы помогают наиболее полным образом сформулировать математическую часть метода конечных элементов. И, также, развитие метода конечных элементов позволяет все более совершенствовать вариационные методы.

Задачи теории упругости и сопротивления материалов достаточно часто решаются при помощи вариационных методов, которые, иногда дают наиболее простое и наглядное решение. Задачи о статическом равновесии под действием системы внешних и внутренних сил в терминах вариационных методов является принцип возможной работы. «Для того, чтобы механическая система с идеальными связями находилась в состоянии равновесия под воздействием приложенных сил, необходимо и достаточно, чтобы сумма работ внешних сил на всех возможных для данной системы перемещениях была равна 0» [12]. $\delta'W = 0$ ($\delta'W$ – возможная работа) Сформулировать данную вариационную задачу для её применения при расчете упругих систем можно следующим образом: для всей системы внутренних и внешних сил, действующих на тело, нужно записать функционал для потенциальной энергии, как совокупность функций, зависящих от координат, а затем среди множества всех возможных состояний системы найти равновесие, которое характеризуется свойством минимума потенциальной энергии U . $\delta U = 0$.

Вводная часть

Говоря об упругости, обычно имеется в виду постановка краевых задач для изучения деформаций, возникающих под действием нагрузок в телах, которые ведут себя упруго. Под упругим поведением понимается локальная взаимозависимость напряжений и деформаций, с соответствующими определениями того, что подразумевается под напряжением и что подразумевается под деформацией.

Учитывая вычислительную полезность вариационных формулировок соответствующим образом поставленных краевых задач, рассмотрим вопрос о таких формулировках в развитии методов теории упругости и состояние проблемы к данному моменту. В частности, к этой категории относится изложение обобщенной формулировки Хеллингера [4] в терминах обобщенных напряжений Пиолы [2].

Обычная бесконечно малая упругость

При обычных определениях компонент векторов напряжения $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ и перемещения u_i в декартовых координатах x_i дифференциальные уравнения для обычной бесконечно малой упругости задаются в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка, включающей функции свойств материала $P(u)$, $W(\sigma)$ по формуле (1):

$$\sigma_{ij,i} = \frac{\partial P}{\partial u_j}, \quad \frac{(u_{i,j} + u_{j,i})}{2} = \frac{\partial W}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1)$$

Система уравнений (1) используется вместе с граничными условиями, представленными в виде функций $S(u)$ $D(t)$ в виде:

$$t_k = \frac{\partial S}{\partial u_k}, \quad t_k \in a_s; \quad u_k = \frac{\partial D}{\partial t_k}, \quad u_k \in a_D \quad (2)$$

В этом случае величины $t_k = \sigma_{mk} v_m$ представляют собой декартовы компоненты поверхностного напряжения, а граничные части a_s и a_D вместе представляют собой поверхность a , ограничивающую объем v , в котором выполняются (1) и (2).

Для расширения вариационных принципов краевых задач уравнений упругости можно записать систему:

$$\begin{cases} \sigma_{x,x} + \tau_{xy,y} + \tau_{xz,z} = 0 \\ \sigma_x = \frac{\partial A_d}{\partial \varepsilon_x} \text{ или } \varepsilon_x = \frac{\partial A_s}{\partial \sigma_x} \\ \tau_{xy} = \frac{\partial A_d}{\partial \gamma_{xy}} \text{ или } \gamma_{xy} = \frac{\partial A_s}{\partial \tau_{xy}} \end{cases}$$

Здесь A_d и A_s заданы через функции шести переменных γ_{xy} , ε_x . и в этом случае эти переменные можно определить следующим образом $\varepsilon_x = u_{x,x}$, $\gamma_{xy} = u_{x,y} + u_{y,x}$

Учитывая уравнения (1) и (2), можно найти, что вариационное уравнение, для которого оба эти набора соотношений являются уравнениями Эйлера $\delta \int (\sigma_x \varepsilon_x + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \dots - A_s) dV = 0$, имеет вид:

$$\delta \left\{ \int \left[W(\sigma) - \frac{(u_{ij} + u_{ji}) \sigma_{ij}}{2} - p(U) \right] dv + \int S(u) da_s + \int [u_j t_j - D(t) da_d] \right\} = 0 \quad (3)$$

где $\delta \sigma_{ij}$, δu_{ij} представляют собой в общей сложности девять независимых вариаций – шесть компонентов напряжения и три компоненты перемещения. При наложении соответствующих граничных условий на данные вариации можно получить более общее уравнение, приводящее к принципам минимума потенциальной энергии. Более общее вариационное уравнение было сформулировано Вашидзу [5] (при изменении определяющих уравнений для деформации) на дополнительные уравнения Эйлера.

$$\delta \int (\sigma_x (\varepsilon_x - u_{x,x}) + \tau_{xy} (\gamma_{xy} - u_{x,y} - u_{y,x}) + \dots - A_d) dV = 0$$

где в данном случае шесть компонент деформаций, шесть компонент век-

тора напряжений и три компоненты вектора перемещений можно варьировать независимо.

В связи с соответствующими формулами для отдельных полей напряжений и перемещений особый интерес представляет следующее следствие из (3). Если рассматривать (1) и (2) как уравнения ограничений, то путем соответствующего интегрирования по частям мы получим модифицированное вариационное уравнение, имеющее вид:

$$\delta \left\{ \int \left[W(\sigma) + u_{ij} \frac{\partial P}{\partial u_i} - P(U) \right] dv + \int \left[S(u) - u_i \frac{\partial S}{\partial u_i} \right] da_s - \int D(t) da_D \right\} = 0 \quad (4)$$

Уравнение (4) всё ещё является вариационным уравнением для напряжений и деформаций, хотя части являются взаимозависимыми, в отличие от независимых $\delta\sigma_{ij}$ и δu_{ij} . Сведение к уравнению только для напряжений требует граничных условий $P = \bar{p}_i u_i$, $S = \bar{t}_i u_i$, причем \bar{p}_i , \bar{t}_i являются функциями координат.

Если же взять уравнения (1) и (2) как уравнения ограничений и представить U_ε $\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$ и $B(u)$ через преобразование Лежандра, то:

$$U = \varepsilon_{ij} \sigma_{ij}(\varepsilon) - W[\sigma(\varepsilon)], \quad B = u_k t_k(u) - D[t(u)] \quad (5)$$

С использованием выражения (3), принимая $\sigma_{ij} = \partial U / \partial \varepsilon_{ij}$, $t_k = \partial B / \partial u_k$ получаем вариационное уравнение только для перемещений:

$$\delta \left\{ \int [U(\varepsilon) + P(u)] dv - \int S(u) da_s - \int B(u) da_D \right\} = 0 \quad (6)$$

Обычная форма выражения (6), с учетом $B=0$, получается из этого при задании $S = \bar{t}_k u_k$ и $D = \bar{u}_k t_k$.

Это уравнение четырех полей для напряжений, перемещений, деформаций и сил. Учитывая известную формулировку трех полей, связанную с именами Ху и Васидзу, которая получается при записи (1) в виде:

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2, \quad \varepsilon_{ji} = \partial W / \partial \sigma_{ij} \quad (7)$$

в сочетании с преобразованием Лежандра (5) здесь появляется возможность формулировки для четырех полей при записи (1) аналогичным образом:

$$\sigma_{ij,i} = p_j, \quad p_j = \partial P / \partial u_j \quad (8)$$

Можно произвести инверсию (8), в условиях, когда это имеет смысл, и в сочетании с введением функции $Q(p) = p_j u_j(p) - P[u(p)]$, $u_j = \partial Q / \partial p_j$ приводит к вариационному уравнению:

$$\delta \left\{ \int \left[U(\varepsilon) - \varepsilon_{ij} \sigma_{ij} + \frac{(u_{i,j} + u_{j,i})}{2} \sigma_{ij} - Q(p) + p_j u_j \right] dv - \int S(u) da_s - \int [u_j t_j - D(t)] da_D \right\} = 0 \quad (9)$$

Уравнение (9) с произвольными вариациями $\delta \varepsilon_{ij}$, $\delta \sigma_{ij}$, δu_j и δp_i , как легко заметить имеет обращенную форму (7) и (8) в качестве дифференциальных уравнений Эйлера, а (2) остаются в качестве граничных условий уравнений Эйлера.

Уравнение двух полей: для деформаций и перемещений

Если в варианте для двух полей уравнении (3) для напряжений и перемещений записать $\sigma_{ij} = \partial U / \partial \varepsilon_{ij}$ и исключить $W(\sigma)$ с помощью (5), то из (3) в виде вариационного уравнения для деформаций и перемещений получаем:

$$\delta \left\{ \int \left[U(\varepsilon) - \left(\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}} \right) \varepsilon_{ij} + \frac{(u_{i,j} + u_{j,i})}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}} \right) - P(u) \right] dv - \int S(u) da_s - \int [u_j t_j - D(t)] da_D \right\} = 0 \quad (10)$$

Теперь можно заключить, что соотношения равновесия и деформации-перемещения представляют собой уравнения Эйлера, причем определяющие соотношения являются ограничениями вместо того, чтобы иметь равновесие и определяющие соотношения, как уравнения Эйлера, с соотношениями деформации-перемещения в качестве ограничений.

С точки зрения формулировки для трех полей Ху-Вашидзу [2], где соотношения равновесия, и отношений деформации и смещения в виде уравнений Эйлера, (10) является непосредственным следствием замены определяющих соотношений Эйлера на ограничения. При $U = E_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} / 2$, $P = \bar{p}_i u_i$, $S = \bar{t}_i u_i$, $D = \bar{u}_i t_i$ уравнение (10) сводится к результату, который ранее был сформулирован Оденом и Редди [3].

Бесконечно малая эластичность и эффект движений тела

Учитывая, что воздействие момента действующего на тело с компонентами q_k приводит к десимметризации компонент напряжения, на основании векторного уравнения равновесия для момента запишем теперь его через девять компонент напряжения τ_{ij} как компоненту уравнения равновесия сил и моментов:

$$\tau_{ij,k} = p_j, e_{ij,k} \tau_{ij} = q_k \quad (11)$$

Наиболее удобным для решения вариационных задач представляется формулировка уравнений, в которых уравнения равновесия моментов $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ будут входить в уравнения Эйлера в виде вариаций, а не являться определяющими уравнениями. Этого можно достичь через определение девяти компонентов деформаций через три компоненты линейного перемещения и три углового

$$\varepsilon_x = u_{x,x}, \quad \varepsilon_{xy} = u_{x,y} + \omega_z, \quad \varepsilon_{yx} = u_{y,x} - \omega_z$$

и заменой шести соотношений напряжения – деформация на девять компонент в виде:

$$\sigma_x = \partial B_d / \partial \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \partial B_d / \partial \varepsilon_{xy}$$

И теперь уравнение Эйлера можно записать в более общем виде:

$$\delta \int (\sigma_x \varepsilon_x + \tau_{xy} \varepsilon_{xy} + \tau_{yx} \varepsilon_{yx} + \dots - B_s) dV = 0$$

Ранее Райсснером [1] было показано, что подходящий набор из девяти таких компонент, включающий в себя компоненты углового смещения ω_i в дополнение к компонентам поступательного смещения u_i имеет вид:

$$\gamma_{ij} = u_{ij} - e_{ijk} \omega_k \quad (12)$$

Как указывалось ранее, целесообразность такого введения ставится в зависимость от возможности получения уравнения моментов (11), в дополнение к уравнениям силы (12) в системе уравнений Эйлера для вариационного исчисления, которое можно рассматривать как естественное расширение утверждения в (3).

Это является более эффективным методом, чем указанные раньше, когда не вводились компоненты моментной нагрузки q_k . Поскольку в (11) показано, что разности компонент касательных напряжений $\tau_{ij} - \tau_{ji}$ имеют реактивный характер, то эти разности не должны входить в соотношения, т.е. функция поведения материала $W(\tau)$ должна снова зависеть от шести компонент напряжений, $\tau_{11}, \tau_{12} + \tau_{21}$. Более удобным будет записать:

$$W = W(\tau_{11}, \hat{\tau}_{12}, \dots), \quad \hat{\tau}_{12} = \frac{(\tau_{12} + \tau_{21})}{2}, \quad (13)$$

а затем вместо (1) составить систему определяющих уравнений:

$$u_{j,i} - e_{ijk} \omega_k = \frac{\partial W}{\partial \tau_{ij}} \quad (14)$$

Учитывая (11) как отправную точку, можно записать по аналогии с (1) как более общую систему уравнений равновесия в следующем виде:

$$\tau_{ij,i} = \frac{\partial P}{\partial u_i}, \quad e_{ijk} \tau_{ij} = \frac{\partial P}{\partial \omega_k}, \quad (15)$$

где теперь P – заданная функция от u_i и ω_k . Однако при переходе от (11) к (15) мы уже не сможем утверждать, что $\tau_{ij} - \tau_{ji}$ реактивны; и тогда мы уже не сможем предположить на основе тех же рассуждений, что W должна быть ограничена, как в (13).

С граничными условиями, как указано в (2), за исключением написания τ_{mk} вместо σ_{mk} , можно сформулировать вариационное уравнение для напряжений, линейных перемещений и угловых перемещений в виде:

$$\delta \left\{ \int \left[W(\tau) - (u_{j,i} - e_{ijk} \omega_k) \tau_{ij} - P(u, \omega) \right] dv \right. \\ \left. + \int S(u) da_s + \int [u_j t_j - D(t)] da_D \right\} = 0 \quad (16)$$

где $\delta \tau_{ij}$, δu_i , $\delta \omega_k$ – будут являться независимыми переменными. Можно легко провести проверку, что (15) и (14) являются дифференциальными уравнениями Эйлера в (16), а (2) – граничными условиями Эйлера.

Дифференциальные уравнения конечной упругости

При построении уравнений упругости при конечных деформациях начнем с выражений

$$x = x_i e_i, \quad z = z_i(x_1, x_2, x_3) e_i \quad (17)$$

для векторов положения до и после деформации. Заметим затем, что векторы $z_1 dx_1$, $z_2 dx_2$, $z_3 dx_3$, являются векторами, задающими грани деформированных элементов объема, которые в недеформированном состоянии имеют векторы задающими грани объема $e_1 dx_1$, $e_2 dx_2$, $e_3 dx_3$.

Далее мы определяем векторы напряжений σ_i , действующие на грани деформированного элемента объема, а также векторы сил и моментов тела p и q , связанные с этим элементом. Векторы напряжений – это силы на единицу недеформированной площади, а векторы сил и моментов тел – как силы и моменты на единицу недеформированного объема. При этих условиях мы имеем векторные дифференциальные уравнения равновесия сил и моментов, которые читаются так

$$\sigma_{i,i} = p, \quad z_i \times \sigma_i = q \quad (18)$$

Для упругого тела (18) необходимо дополнить данные выражения соотношениями, включающими векторы напряжений σ_i со скоростями изменения u_j вектора смещения $u = z \cdot x$. Это делается двумя различными способами: один из них представляет собой классическую процедуру, связанную с методом Кирхгофа и Треффца [2], а другой представляет собой модификацию классической процедуры, обычно связанной с методом Пиолы [3].

Компоненты напряжения Кирхгофа-Треффца и связанное с ним уравнение вариационных методов для напряжений и смещений

Компоненты напряжения Кирхгофа-Треффца и связанное с ним уравнение в вариационных методах для напряжений и смещений имеет вид:

$$\sigma_i = \sigma_{ij} z_{i,j} = \sigma_{ij} (e_j + u_j) \quad (19)$$

Введение (19) в сочетании с представлениями компонентов

$$u = u_k e_k, \quad p = p_k e_k \quad (20)$$

в (18) затем дает в качестве скалярных уравнений равновесия соотношения симметрии $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ в сочетании с дифференциальными уравнениями:

$$\left[(\delta_{jk} + u_{k,j}) \sigma_{ij} \right]_{,i} = p_k \quad (21)$$

Чтобы получить соотношения напряжения-деформации, которые заменяют в (1) для бесконечно малой упругости, затем определяют компоненты ε_{ij} конечной деформации в виде:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(z_{,i} \times z_{,j} - \delta_{ij})}{2} = \frac{(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{m,i}u_{m,j})}{2} \quad (22)$$

и при этом вместо (1) оговаривается в качестве определяющих соотношений:

$$\frac{\partial W}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{m,i}u_{m,j})}{2} \quad (23)$$

Учитывая, что описанный выше выбор $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ для описания состояний конечной деформации является, по сути, естественным, ввиду геометрической значимости этих величин, компонентное представление (19) для векторов напряжений следует рассматривать как необходимое. Причина, по которой это так, зависит от свойства двойной симметрии $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ в сочетании с тем фактом, что выражение произведения $\sigma_i \times \delta_{z,i} = \sigma_{ij} z_j \times \delta_{z,i}$ может быть, с помощью $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ и с помощью (22), записано в форме $\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}$, тем самым устанавливая сопряженность σ_{ij} и ε_{ij} , и возможность представить вариационное уравнение (21) и (23) как дифференциальные уравнения Эйлера.

Учитывая, что уравнения (3) для бесконечно малой упругости была фактически получена путем визуализации задачи вариационного исчисления, в которой (1) будет уравнением Эйлера Рейсснера [2], то впоследствии была выдвинута гипотеза о справедливости аналогичного результата для задачи о конечной упругости, в которой (21) и (23) будут уравнениями Эйлера, а затем была доказана проверка правильности этой гипотезы Рейсснером.

Обобщенные компоненты Пиолы и обобщенная теорема Хеллингера

Определим эти компоненты напряжения τ_{ij} по Рейсснеру [2]:

$$\sigma_i = \tau_{ij} t_j, \quad t_j = \alpha_{jk} e_k \quad (24)$$

в терминах тройки взаимно перпендикулярных единичных векторов, где:

$$\alpha_{ik} \alpha_{jk} = \delta_{ij} \quad (25)$$

Тогда подстановка (24) и (20) в (18) дает вместо (21) уравнения составляющих силы

$$(\tau_{ij} \alpha_{jk})_{,i} = p_k. \quad (26)$$

Следовательно, компоненты деформации:

$$\gamma_{ij} = (\delta_{jk} + u_{k,j}) \alpha_{jk} - \delta_{ij}. \quad (27)$$

Обобщенные компоненты Пиолы τ_{ij} сводятся к обычным компонентам Пиолы при задании $\alpha_{ij} = \delta_{ij}$, при этом уравнение (27) для сопряженных компонентов деформации γ_{ij} сводится к обычной форме градиента смещения u_{ij} . Кроме

того, предположение об очень малом угле поворота, заключающееся в том, что $\alpha_{jk} = \delta_{jk} + e_{jkm}\omega_m$, с последующей линеаризацией в терминах u_{ij} , ω_m обеспечивает согласованность уравнений (27) и (12).

Дополнение уравнений равновесия сил (26) и уравнений смещения деформаций (27) дает следующее выражение:

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \tau_{ij}}. \quad (28)$$

Можно считать, что она приводит к обобщенной формулировке Хеллингера задачи конечной упругости в следующем смысле. Вариационное уравнение:

$$\delta \int [W(\tau) - \gamma_{ij}\tau_{ij} - p_k u_k] dv = 0 \quad (29)$$

имеет с независимыми вариациями $\delta \tau_{ij}$, δu_k и с (27) в качестве условий ограничения определяющие уравнения (29) и уравнения силового равновесия (26) как дифференциальные уравнения Эйлера. Формулировка Хеллингера [3] вытекает из вышеизложенного при условии, что $\alpha_{ij} = \delta_{ij}$. Уравнения (29) и (27) с последствиями (29) и (26) подвержены тем же сложностям, что и частный случай Хеллингера. Эти проблемы бывают двух видов. Во-первых, вообще говоря, невозможно записать физически разумную систему определяющих уравнений в виде (29). Во-вторых, не учитываются моментные уравнения равновесия (27), которое должно удовлетворяться.

Как и в случае с результатом Хеллингера, уравнение (29) может быть преобразовано в псевдовариационное уравнение только для напряжения, если рассмотреть уравнение силового равновесия (26) как условия ограничения. Это позволяет вывести уравнение в вариациях $\delta \int W(\tau) dv = 0$, причем $\delta \tau_{ij}$ должно быть таким, что $(\alpha_{ik} \delta \tau_{ij})_{,i} = 0$.

В связи с результатом Хеллингера ранее иногда отмечалось, что часто упоминаемый анализ Левинсона является не более и не менее чем переформулировкой анализа Хеллингера в терминах криволинейных координат. Что касается двух вышеупомянутых проблем, Левинсон отмечает, что не всегда возможно написать определяющие уравнения для напряжений Пиолы и сопряженных с ними деформаций в форме (29). Однако он не отмечает, что неудовлетворение моментного уравнения (27) означает фактическую недействительность результата, при этом отсутствие необходимости заботиться об условиях моментного равновесия упоминается им как возможное преимущество в связи с решением конкретных задач прямыми методами.

Метода Релея-Ритца

Данный метод считается одним из лучших для получения приближенных решений вариационными методами. Для реализации данного метода рассмотрим принцип минимума потенциальной энергии деформации. Зададим функции возможных перемещений в следующем виде:

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u_0(x, y, z) + \sum_{r=1}^n a_r u_r(x, y, z), \\ v(x, y, z) = v_0(x, y, z) + \sum_{r=1}^n b_r v_r(x, y, z), \\ \omega(x, y, z) = \omega_0(x, y, z) + \sum_{r=1}^n c_r \omega_r(x, y, z), \end{cases} \quad (30)$$

где u_r, v_r, ω_r ($r = 1, 2, \dots, n$) – линейно независимые базисные функции, удовлетворяющие граничным условиям равенства нулю. Если мы рассмотрим все возможные перемещения, которые удовлетворяют принятым граничным условиям, то только на действительных перемещениях системы можно получить стационарность потенциальной энергии. Применим принцип минимума потенциальной энергии упругой деформации. Только на действительных перемещениях может быть достигнут минимум потенциальной энергии.

$$\Pi = \iiint_V A(u, v, \omega) dV - \iiint_V (\bar{X}u + \bar{Y}v + \bar{Z}\omega) dV - \iint_S (\bar{X}_v u + \bar{Y}_v v + \bar{Z}_v \omega) dS \quad (31)$$

Подставляя (30) в (31), можно выразить Π через a_r, b_r, c_r . Значения этих констант при использовании данного метода определяется из условия: $\delta\Pi = 0$. Это условие в данном случае можно записать в следующем виде:

$$\partial\Pi/\partial a_r = 0, \quad \partial\Pi/\partial b_r = 0, \quad \partial\Pi/\partial c_r = 0 \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (32)$$

Уравнения (32) эквивалентны линейной системе из $3n$ линейных алгебраических уравнений. Напряжения определяются следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_x = \partial^2 F / \partial y^2 = \partial^2 F_0 / \partial y^2 + \sum_{r=1}^n a_r \partial^2 F_r / \partial y^2 \\ \sigma_y = \partial^2 F / \partial x^2 = \partial^2 F_0 / \partial x^2 + \sum_{r=1}^n a_r \partial^2 F_r / \partial x^2 \\ \tau_{xy} = -\partial^2 F / \partial x \partial y = -\partial^2 F_0 / \partial x \partial y - \sum_{r=1}^n a_r \partial^2 F_r / \partial x \partial y \end{cases} \quad (33)$$

Подставим (33) в функционал

$$\Pi_c = \iint \frac{1}{2E} \left[(\sigma_x + \sigma_y)^2 + 2(1+\nu)(\tau_{xy}^2 - \sigma_x \sigma_y) \right] dx dy,$$

Произведем интегрирование, а затем выразим через a_r . В данном методе вместо точного решения можно получить приближенное с достаточной степенью точности, если принять, что $\frac{\partial\Pi_c}{\partial a_r} = 0$. Для получения приближенного значения

для величины напряжений необходимо подставить систему из n уравнений для a_r , в (33). При применении данного метода в случае малых перемещений для расчета упругих конструкций можно получить те же результаты, которые дают ме-

тоды возможной работы, а также дополнительной возможной работы. Хотя на точность этих методов не влияют отношения между деформациями и напряжениями. При решении краевой задачи расчета упругих элементов различными приближенными методами рекомендуется определить границы точного решения, что обычно удается только в некоторых случаях.

Принцип минимума потенциальной энергии

Для изучения равновесия упругих систем, находящихся под действием внешних потенциальных сил можно напрямую использовать принцип минимума потенциальной энергии системы [8]. Это позволяет свести достаточно большое количество задач к вариационным задачам, в которых в качестве минимизируемого функционала используется потенциальная энергия системы, которая равна разности между энергией упругой деформации и работой внешних сил. В качестве искомой функции выступают перемещения в системе. В качестве методов для отыскания минимума функционала с ограничениями, накладываемыми граничными условиями могут быть использования прямые методы минимизации, например, метод локальных вариаций.

Рассмотрим на примере упругого стержня. Продольная ось стержня – X . Плоскость XY . Стержень жестко закреплен на концах $X = a$ и $X = b$. Стержень загружен внешними распределёнными нагрузками $p(x)$. Для него потенциальная энергия упругой деформации имеет вид:

$$J = \int_a^b [EI_0 u''^2 - 2p(x)u] dx \quad (34)$$

где E – модуль Юнга, I_0 – момент инерции поперечного сечения, $u(x)$ – прогиб по направлению оси u . Таким образом $y = u(x)$ – уравнение равновесной формы стержня. Функция $u(x)$ определяется из условия минимума функционала J , рассматриваемого на множестве всех непрерывных дважды дифференцируемых функций $u(x)$, удовлетворяющих следующим краевым условиям:

$$u(a) = A_1; u'_x(a) = A_2; u(b) = B_1; u'_x(b) = B_2;$$

В данном выражении A_1, A_2, B_1, B_2 – заданные числа. Выражение применяется для стержня, жестко закрепленного с двух сторон.

Если стержень имеет некоторые абсолютно жёсткие ограничения $y = u^+(x), y = u^-(x)$, то на его прогибы накладываются следующие ограничения:

$$u^-(x) \leq u(x) \leq u^+(x) \quad (35)$$

Если стержень неоднородный и имеет переменное сечение, то величины E и I_0 (34), являются заданными функциями от переменной x . $E = E(x)$, $I_0 = I_0(x)$. Вариационные методы позволяют также учесть действие на стержень сосредоточенных сил и моментов. В терминах данных методов можно учесть также различные способы закрепления концов стержня. При изучении равновесия стержней для случая больших деформаций можно свести к решению задачи на нахождение экстремума. В этом случае выражение для функционала уже не будет квадратичной функцией. Также данную задачу можно сформулировать и для случая пространственных деформаций стержней с криволинейной осью. При

этом необходимо ввести дополнительную функцию, которая покажет зависимость отклонения точек стержня от выбранной плоскости XU и даст обобщение для исследуемого функционала на данный случай. Для решения таких задач может применяться принцип локальных вариаций. Наличие ограничений (35) для данного метода позволяет уменьшить количество необходимых вычислений для получения решения с требуемой точностью.

Выводы

Показано для функций, связывающих потенциальную энергию с работой при упругих перемещениях, а также в случае выполнения принципа малых деформаций (величина внешней нагрузки от деформации не зависит), при решении задач можно использовать множество вариационных методов, таких как принцип Хелингера – Рейсснера, принцип возможных перемещений и аналогичных им, вводить множители Лагранжа. При этом функционал получает вполне определенный и понятный физический смысл, отсутствует необходимость использования прямоугольной системы координат, что часто является необходимым для векторных методов. В соответствии с особенностями конкретной задачи можно использовать любую систему координат, поскольку уравнения остаются справедливыми для любой из них, так как минимум скалярной величины не зависит от системы отсчета.

Литература

1. Андреева Е.А. Вариационное исчисление и методы оптимизации. М.: Высшая школа, 2006. 583 с.
2. Будылин А.М. Вариационное исчисление. СПб.: СПбГУ, 2001. 197 с.
3. Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Наука, 1986. 273 с.
4. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике: 2-е изд. М.: Наука, 1970. 512 с.
5. Новоселов В.С. Вариационные методы в механике. Л.: Изд-во ЛГУ, 1966. 70 с.
6. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
7. Рачков М.Ю. Оптимальное управление в технических системах. М: Юрайт, 2024. 120 с.
8. Саати Т. Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. М.: Мир, 1973. 302 с.
9. Сергиенко И.В. Приближенные методы решения дискретных задач оптимизации. Киев: Наукова Думка, 1980. 275 с.
10. Струве М. Вариационные методы. Приложения к нелинейным уравнениям в частных производных и гамильтоновским системам. М.: МЦНМО, 2010 г. 320 с.
11. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для втузов. М.: Высшая школа, 1986. 416 с.
12. Толпегин О.А. Математическое программирование. Вариационное исчисление. М.: Юрайт, 2024. 233 с.

13. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 590 с.
14. Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения: справочное руководство. СПб.: Лань, 2005. 192 с.
15. Ширяев В.И. Исследование операций и численные методы оптимизации М.: Ленанд, 2017. 224 с.
16. Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление. М.: URSS, 2008. 205 с.

УДК 004.021

Анализ использования композитных материалов при обустройстве аэродромов

Николай Антонович Шулженко, доктор технических наук,
профессор кафедры «Финансы и менеджмент»,

Ольга Владимировна Сорвина, доктор экономических наук,
профессор кафедры «Финансы и менеджмент»,

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования, «Тульский государственный университет», г. Тула

В данной статье рассмотрены общие сведения о композитных материалах их свойствах, некоторые наиболее распространенные виды материалов. На данный момент большое внимание уделяется вопросу использования веществ с повышенными физико-механическими свойствами, в сравнении с общепринятыми материалами. Применение композиционных материалов в современной технике достаточно разнообразно и связано с особенностями их структуры, а также комплексом физико-механических свойств, позволяющих решать сложные эксплуатационные задачи. Описана необходимость применения различных композитных материалов, а также перспективы развития данной области.

Композитный материал, композит, стеклопластик, углепластик, базальтопластик, минеральное связующее, жидкое стекло, эпоксидный полимер, базальтовое волокно, гибридные композиты.

Analysis of the use of composite materials in the construction of airfields

Nikolai Antonovich Shulzhenko, doctor of technical sciences,
professor of the department of finance and management,

Olga Vladimirovna Sorvina, doctor of economic sciences,
professor of the department of finance and management,

Federal State Budgetary Educational Establishment of Higher Education
«Tula state university», Tula

This article discusses general information about composite materials, their properties, and some of the most common types of materials. At the moment, much attention is paid to the issue of using substances with increased physical and mechanical properties, in comparison with conventional materials. The use of composite materials in modern technology is quite diverse and is associated with the peculiarities of their structure, as well as a complex of physical and mechanical properties that allow solving complex operational tasks. The necessity of using various composite materials is described, as well as the prospects for the development of this field.

Composite material, composite, fiberglass, carbon fiber, basalt plastic, mineral binder, liquid glass, epoxy polymer, basalt fiber, hybrid composites.

Введение

Повышение конструкционных и функциональных свойств материалов – это сегодня главная цель развития современной науки в этом направлении. В последнее время достигнуты существенные успехи с появлением на основе полимеров, металлов и таких вяжущих как цемент и гипс – композиционных материалов (КМ).

Упрочнение материалов высокомодульными армочастицами и волокнами дало распространение металлматричным композитам, с более высокими параметрами жесткости и прочности с теплопроводностью без потерь дает значительную конкурентоспособность использования этих материалов в различных технических и технологических задачах [1].

Однако не достаточно лишь изучения и обобщения знаний сегодня в области нанокompозитов на различной основе, даже учетом уже разработанных научных исследований и решений по технологии использования в виду того, что на стадии накопления информации находятся как фазовый состав, размеры, так и структурные свойства, а вот методы получения композитных материалов, возможные пути снижения их себестоимости для более широкого применения и использования, с учетом упрочнения наночастицами является достаточно актуальной научной и научно-технической задачей, имеющей важное практическое значение.

Как показывает практика во много традиционные материалы достаточно быстро вырабатывают свой ресурс и совсем не отвечают современным требованиям по прочности и жесткости, а композиты современного строения дают новые возможности по отраслевым задачам.

Такое важное свойство как температуропроводность сегодня недостаточно изучено наряду с механическими свойствами, в качестве так называемого транспортного свойства, учитывающего фононность и электронику.

Рассеяние фононов и электронов именно на границах между кристаллами за счет общего снижения их размеров в наноструктурах дает положительный эффект температуропроводности в композитных материалах, по сравнению с традиционными материалами [5].

Постановка задачи

Композитные материалы имеют улучшенные свойства по прочности и жесткости за счет того, что в них появляются новые структурные связи между разносвойственными компонентами, образуя широчайший диапазон для дальнейшего использования на производстве.

И в тоже время композиты состоят из отдельных сырьевых элементов и здесь видится главная задача разработки такого уникального нового вещества, которое при интеграции в существующую структуру добавит и улучшит наиболее полезные общие характеристики материала. В поле исследования попадают два сырьевых компонента в поставленной задаче – это с одной стороны связующий компонент в виде пластичной основы, с другой наполнитель в виде армирующего вещества [3].

Пластичная основа может представлять собой пластмассо-полимерное вещество как связующий сырьевой компонент с заданием требуемых физических и физико-технических свойств общего композитного материала в целом. Ну, а армирование возможно как наннонасыпным, так и наноскелетным с учетом или волокон или слоев для увеличения прочности композитного материала.

Как показывает практика использования традиционного покрытия на взлётных аэродромных полосах в виде асфальтобетона, железобетонных дорожных плитных конструкций, преждевременное старение покрытия происходит из-за недостаточной анизотропии, учитывающей кручение, изгиб и сжатие при динамической нагрузке, подаваемой на их поверхность.

При комбинации склейки слоев и регулирования направленности волокон возможно более эффективное и успешное использование композитных материалов в покрытиях взлетных полос аэродромов, за счет того, что создается так называемая квазиизотропная кладочная конструкция или проще – кладка, имитирующая равнопрочное строение как сплавов так и металлов, как показано на рисунке 1.

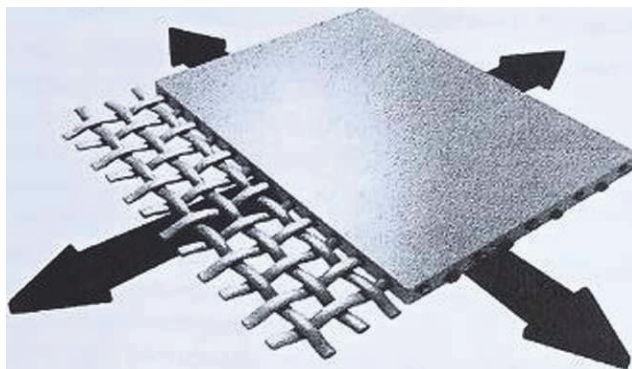


Рисунок 1 – Квазизотропное покрытие взлётной полосы аэродромов

На завершающей стадии производства такого материала перед его обустройством непосредственно в рабочую зону влетно-посадочной полосы аэродрома составляется технический паспорт, включающий все технические и технологические характеристики по прочности, жесткости и долговечности материала [2].

Методы решения

С точки зрения математического описания поставленной задачи комбинирования компонентов композитного материала выявляется следующее:

- а) структурно-зависимое соотношение, учитывающее поры между частицами и волокнами в виде математических выражений по диаграммам состояния и диффузионному закону;
- б) концентрационное математическое соотношение связи, выраженное через долю одного волокна при растяжении материала:

$$\sigma_{ув}^p = \frac{\sigma_{ТВ}^p}{K_{\sigma}} \quad (1)$$

При этом:

$$K_{\sigma} = \frac{1 - V_f \left(1 - \frac{E_m}{E_f}\right)}{1 - \left(4 \frac{V_f}{\pi}\right)^{0.5} - \frac{E_m}{E_f}} \quad (2)$$

где:

$\sigma_{ув}^p$ – коэффициент напряжения при растяжении;

V_f – волоконная доля;

E_m, E_f – модули Юнга по матрице и волокну

$\sigma_{ТВ}^p$ – неармированная прочность, учитывающая растяжение

в) физико-механические композитные соотношения по правилу по удельным прочностям волокна и матрицы:

$$\sigma_{уд.матр.} < \sigma_{уд.волокна} \quad (3)$$

г) различные технологические зависимости при производстве композитных материалов [4].

В результате производства квазитропного покрытия при использовании как дорожного полотна на взлетных полосах аэродромов, базовыми структурами, которые разработаны и продолжают развиваться в настоящее время являются следующие:

1) Стеклопластик, развитый в стеклокомпозит, учитывающий маты и ткани, а также рубленные волокна на основе вяжущих активных смол и эффективных термопаст на основе поликарбонатов. Стеклокомпозит, слои которого применяются в том числе для взлетных покрытий имеет удельный вес в диапазоне от 1,4 до 2, сохраняя диэлектрические свойства, что важно при взлете и посадке самолетов, обладающий достаточной стойкостью от коррозии с показателем приемо-низкой теплопроводности.

2) Углепластик со своим значительным количеством слоев, включающий углеволокна и смолы, обладающий низким весом и высокой прочностью, а также повышенную износостойкость. Слои углепластика также, как и стеклопластики являются стойкими к коррозионному воздействию, высокую термостойкость, огнестойкость, и хорошие диэлектрические свойства.

3) Базальтопластиковые жгуты, волокна и нити в качестве наполнителя также образуют композиционный материал, применимый в составе покрытия взлетных полос аэродромов наряду со стеклокомпозитами и углепластиками. Они обладают высокой устойчивостью к износу, высокой прочностью, хорошими диэлектрическими свойствами и малым весом. Также следует подчеркнуть его инертность, отличные сцепляющие свойства при взаимодействии с бетоном и

превосходные деформационные качества.

В процессе технологии производства покрытий для аэродромов в виду значительного уменьшения веса сокращаются сроки производства строительно-монтажных работ за счет уменьшения машинозатрат и затрат ручного труда, не теряя основных механических характеристик конструкций этих покрытий. Не маловажен учет стойкости к агрессивным средам, который способствует повышению надежности и долговечности покрытий, и увеличенному сроку их эксплуатации [6].

Отдельного внимания заслуживает то что наряду с традиционными наполнителями прообраза композитов – железобетона, которыми являются арматура и бетон, в современных композитных материалах в роли наполнителя применяются уже нити из углерода и стекла, а также ткани из них, при этом вяжущим служат достаточно сложные полимерные смеси. В целом эти компоненты при соединении и взаимодействии друг с другом образуют так называемую бетонную матрицу, с гораздо более прочными и пластичными физико-техническими свойствами, чем у традиционного железобетона.

Отдельные элементы композитов не настолько прочные, насколько у комплексного взаимосвязанного композитного материала. При этом совместную работу всех компонентов связывает в качестве некоторого клея именно матрица, дающая искомую высокую прочность и пластичность, увеличивая долговечность и эксплуатационные качества покрытий для аэродромов.

Описание результатов

Таким образом, в результате комплексирования композитных элементов мы получаем высокопрочный, пластичный, долговечный материал с повышенными физико-механическими, эксплуатационными свойствами имеющий широкое применение при использовании его в покрытии взлетных полос аэродромов.

Явным и значительным преимуществом является тот факт, что возможно конфигурировать технологию производства при использовании этого квазитропного покрытия путем подбора соответствия к конкретной производственной и инженерной задаче. Особо важным является использование полимерных вяжущих, в виду того, что на покрытиях аэродромов существует высокая вероятность повышенного воздействия внешних природно-климатических, производственных факторов. Именно эпоксидные, полиамидные и фенольные смолы в качестве вяжущих в обновленных матрицах, учитывающих различные режимы совмещения в своих структурах непосредственно под конкретные функциональные назначения покрытий аэродромов делает их достаточно универсальными при использовании по разным климатическим поясам всей протяженности нашей страны [9].

Вместе с тем в качестве результата анализа композитных материалов и в частности при использовании их в покрытии при обустройстве аэродромов важно рассмотреть экономическую составляющую, так как в целом рынок квазитропных покрытий сегодня по всем отраслям получил очень широкое применение.

С точки зрения экономических показателей, использование композитных

материалов при обустройстве таких объектов как аэродромы и аналогичных инженерно-строительных зданий и сооружений, то несомненно они являются более экономически выгодными, а при учете того, что их можно использовать в сферах, связанных с повышенными нагрузками и износом еще и более долговечными, и надежными.

Нарастание производственных мощностей при разработке таких материалов, не только при создании новых покрытий аэродромов, но и при реконструкции и капитальном ремонте старых изношенных, а также по применимости в целом, возможно спрогнозировать отрасли, в которых предполагается интенсивное развитие в этом направлении по потребителям, представленным на рисунке 2.

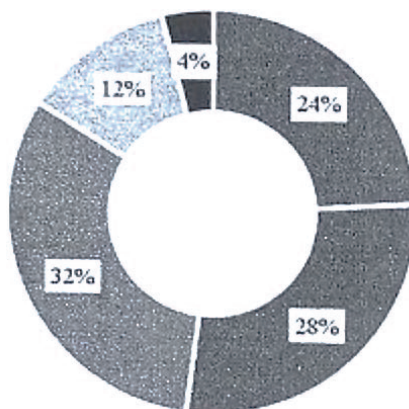


Рисунок 2 – Прогнозирование спроса на период 2024-2030 годы, с учетом развития применения квазитропных композитных материалов по некоторым отраслям

На рисунке 2:

24% – авиация;

28% – строительство и элементы инфраструктуры, включая обустройство аэродромов;

32% – автомобилестроение;

12% – судостроение;

4% – ветроэнергетика.

Следует подчеркнуть значительное отставание сегодня России по разработке и использованию композитных материалов в целом, несмотря на то что эти инновационные решения интенсивно интегрируются в отечественное производство, вытесняя традиционные технологии, и в доле по сравнению с мировым масштабом составляет всего 1%, а в цифрах, если в среднем в мире на душу населения приходится 7,5 кг композита, то в России всего 0,5 кг.

Несмотря на то что в России активно развивается этот сектор производства, устанавливаются импортозамещающие инновационные решения, пока что существует некоторая зависимость от зарубежных поставщиков оборудования и

компонентов, а сортамент и номенклатура значительно ограничены [8].

В тоже время при математическом и научном обеспечении мы конечно используем утвержденные мировые постулаты и опираемся на них в плане поиска пропорций компонентов, с учетом их связывания по прочности и жесткости и в частности по уравнениям прочности и определения модуля Юнга в напряженно-деформируемом состоянии по этим материалам:

$$\sigma_{вкм} = \sigma_{вf} V_f + \frac{\sigma_{вm}}{1 - V_f} \quad (4)$$

$$E = E_m \left(1 + V_f * n \frac{L_{кр}}{d_f} \right) * (1 - n * V_f) \quad (5)$$

$$n = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \frac{L_{кр}}{d_f}} \quad (6)$$

где E_m , E_f соответственно по волокну и по матрице модули Юнга.

Эти формулы используем в расчетах выражения концентрации волокон для определения в дальнейшем рецептуры по составу компонентов [7].

Очень важным преимуществом конструкций из композитных материалов является их быстрая возводимость. Так при обрушении пешеходного моста из традиционного железобетона (рисунок 3) удалось уже через три месяца завершить весь цикл строительно-монтажных работ по возведению нового пешеходного моста из композитных материалов [15].



Рисунок 3 – Обрушение пешеходного моста из традиционного железобетона



Рисунок 4 – Возведение нового пешеходного моста из композитных материалов

Аналогично, применительно к нами рассматриваемой задаче обустройства аэродромов, была произведена замена разрушенной взлетной полосы из традиционных строительных материалов (рисунок 5) на усовершенствованное покрытие из композитных материалов [11] (рисунок 6).



Рисунок 5 – Разрушенная взлетная полоса из традиционных материалов

Что касается перспективных направлений развития композитных технологий, то здесь еще не полностью изученными остаются вопросы интеграции так называемых наносеток с супермелкой ячейкой из оптического волокна в струк-

туру покрытий, которые помогают отслеживать состояние качества материала при эксплуатации с течением времени. Это способствует качественному мониторингу за состоянием покрытия взлетных полос без нарушения их целостности [14].



Рисунок 6 – Обновленная взлетная полоса аэродрома из композитных материалов

Использование композитов в будущем приведет к значительному повышению надежности работы всех транспортных систем, включая аэродромы и другие специализированные транспортные сооружения. А в дальнейшем с ростом производства на отечественном рынке всей композитной номенклатуры и соответственно снижением себестоимости данного материала возможно будет широкое применение во всех транспортных сооружениях.

Важной задачей для отечественного производства является мотивация и стимулирование к исследованию, проведению новых опытно-конструкторских разработок, гибкая интеграция научной и экспериментальной базы в законодательную и нормативную систему для дальнейшего проектирования и производства по ключевым секторам экономики там, где это востребовано. Исследования в свою очередь вместе с внедрением в законодательную и нормативную базы должны подкрепляться новыми патентами, регламентами и изобретениями. Это позволит по отраслям по утвержденной и обновленной номенклатуре осуществлять серийное производство конструкций и изделий из инновационных композитных материалов.

Выводы

Таким образом обоснована и доказана актуальность совершенствования традиционных материалов, используемых в отечественных сферах производства, в частности при обустройстве взлетных полос аэродромов. Необходима замена существующих покрытий на более усовершенствованные композитные с применением стеклокомпозита, углепластика и базальтопластиковых структур.

Установлено что в нашей стране лишь 1% от всего объёма производства составляют композитные технологии и необходима более интенсивная интеграция в отечественное производство, с учетом расширения технологий импортозамещения и обновления законодательной и нормативной базы.

Выявлено, что необходимо расширение номенклатурной и серийной базы производства.

Согласно анализу прогнозирования спроса, на период 2024-2030 годы, с учетом развития применения квазитропных композитных материалов по некоторым отраслям, непосредственно реконструкция и обновление обустройства транспортных артерий и сооружений, включая взлетные полосы аэродромов при интенсивном развитии и ускорении темпов производства достигнет величины 28%.

Литература

1. Бизнес-планирование в предпринимательской деятельности: [учеб. пособие] / В.Е. Шкурко, Н.Ю. Никитина; (науч. ред. А.В. Гребенкин); М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. Екатеринбург: Изд-во Урал. Унта, 2022. 172 с.
2. Гавриленко В.А. Композиты 21 века: возможности и реальность. Опубликовано в журнале / В.А. Гавриленко [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://maga2ine.neftegaz.ru/articles/pererabotka/504745-kompozity-21-veka-vozmozhnosti-i-malnosd> (Дата обращения: 07.10.2023).
3. Колосова А.С., Пикапов Е.С. Современные газонаполненные полимерные материалы и изделия // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2020. № 10. С. 54-67.
4. Колосова А.С., Пикалов Е.С. Современные эффективные теплоизоляционные материалы на основе древесного сырья // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2021. № 3. С. 66-77.
5. Кордюкова А.П. Перспективные направления развития полимерных связующих и полимерных композиционных материалов на их основе // Молодой ученый. 2022. № 30(425). С. 1-4.
6. Кузнецов А.А. В России создадут крупнейший композитный кластер / А. Кузнецов // Комсомольская правда [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.kp.ru/daily/26795/3830106/> (Дата обращения: 26.06.2023).
7. Купцова Е.В. Бизнес-планирование. М.: Юрайт, 2020. 436 с.
8. Лопарева А.М. Бизнес-планирование. М.: Юрайт, 2020. 274 с.
9. Лопарева А.М. Бизнес-планирование: учебник для высшего образования / А.М. Лопарева. 4-е изд., перераб. и дон. М.: Издательство Юрайт, 2023. 272с.
10. Многослойные материалы для теплозащиты / Е.С. Лукичева, В.В. Марценюк, А.А. Лысевко [и др.] // Композиты и наноструктуры. 2020. Т. 12. № 1(45). С. 14-20.
11. Опыт инновационной деятельности в зарубежных странах и в России [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://swdopedia.ru/21_118819_opit-innovatsionnoy-deyatelnosti-v-zarubezhnykh-stranah-i-v-rossii.html (Дата обращения: 07.10.2023).

12. Орлова П.И. Бизнес-планирование. Учебник для бакалавров. М.: Датисов и К, 2020. 284 с.
13. Павлычева С.А., Пикапов Е.С. Характеристика современных материалов для облицовки фасадов и цоколей зданий и сооружений // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2020. Ка 4. С. 55-61.
14. Тихомирова В.В., Смирнова П.С. Полимерные композиционные материалы с древесными наполнителями и перспективы использования отходов при их производстве. 2022. № 12. С. 98-102.
15. Фокин И.В., Стуров А.А., Иванов Ю.Н. Перспективы развития композиционных материалов в XXI веке // Авиациностроение и транспорт Сибири. 2021. С. 208-211.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Адрес редакции:
141070, Королев,
Ул. Октябрьская, 10а
Тел. (495) 543-34-30 (доб. 138),
E-mail: rio-kimes@mail.ru,

Site: www.unitech-mo.ru

Подписано в печать 16.12.2024

Формат В5

Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,5

Тираж 500 экз.

Заказ № 97-04

Отпечатано
в типографии

ООО «Научный консультант»

г. Москва

Хорошевское шоссе, 35, корп. 2

Тел.: +7 (926) 609-32-93,

+7 (499) 195-60-77

E-mail: keyneslab@gmail.com

Site: www.n-ko.ru